

Trygonometria

Zadanie 1. Zamień stopnie na radiany:

- a) 60°
- b) 245°
- c) 120°

Zadanie 2. Zamień radiany na stopnie:

- a) $\frac{3}{4}\pi$
- b) $\frac{13\pi}{9}$
- c) 3 [rad]

Zadanie 3. Wykaż, że wyrażenie $\sin 215^\circ \cdot \cos 305^\circ + \sin 235^\circ \cdot \cos (-35^\circ)$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 4. Wykaż, że $\frac{\sin 899^\circ + \sin 901^\circ}{\sin 902^\circ + \sin 903^\circ}$ jest liczbą wymierną.

Zadanie 5. Udowodnij tożsamość: $\sin^2 65^\circ + \sin^2 155^\circ - 1 = \operatorname{tg} 185^\circ \cdot \operatorname{tg} 95^\circ + 1$.

Zadanie 6. Wykaż, że dla każdego kąta ostrego α , zachodzi równość: $\frac{\sin (200^\circ + \alpha) - 4 \cos (250^\circ - \alpha)}{\cos (70^\circ - \alpha)} = 3$.

Zadanie 7. Wykaż, że dla $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$ zachodzi tożsamość: $\frac{1}{1 - \cos \alpha} + \frac{1}{1 + \cos \alpha} = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$.

Zadanie 8. Wiedząc, że: $\frac{5 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{\cos \alpha + 3 \sin \alpha} = 2$ oblicz $\operatorname{tg} \alpha$.

Zadanie 9. Zbadaj czy równanie $\frac{\sin 2\alpha - \sin 3\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 3\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$ jest tożsamością.

Zadanie 10. Oblicz: $\sin 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 75^\circ$.

Zadanie 11. Wykaż, że dla dowolnych kątów α i β zachodzi: $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin (\alpha + \beta) \cdot \sin (\alpha - \beta)$.

Zadanie 12. Wykaż, że dla dowolnego kąta α zachodzi: $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 (2\alpha)}{2}$.

Zadanie 13. Oblicz tangens kąta rozwarcia stożka o polu podstawy 2π i wysokości 3.

Zadanie 14. Wykaż, że zachodzi równość: $\sin 5^\circ \cdot \cos 5^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ = \frac{\sin 40^\circ}{8}$.

Zadanie 15. Wykaż, że dla dowolnych kątów α i β zachodzi:

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Zadanie 16. Wiadomo, że $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{4}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia $|\cos \alpha - \sin \alpha|$.

Zadanie 17*. Zbadaj liczbę rozwiązań równania $|2 \sin x + 1| = m$ w przedziale $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ w zależności od parametru m .