

Trójkąt Pascala i symbol Newtona

Wzór dwumianowy Newtona

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

gdzie $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ - to symbol Newtona.

Trójkąt Pascala

1	→	$n = 0$	$(a + b)^0 = 1$
1 1	→	$n = 1$	$(a + b)^1 = 1a + 1b$
1 2 1	→	$n = 2$	$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
1 3 3 1	→	$n = 3$	$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
1 4 6 4 1	→	$n = 4$	$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$
1 5 10 10 5 1	→	$n = 5$	
1 6 15 20 15 6 1	→	$n = 6$	
1 7 21 35 35 21 7 1	→	$n = 7$	

$$(a + b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

Zadanie 1. Oblicz:

a) $\binom{10}{3} =$

b) $\binom{50}{47} =$

c) $\binom{n}{k} - \binom{n}{n-k} =$

d) $\binom{n}{1} + \binom{n}{n-1} =$

Zadanie 2.

Wykaż, że $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$.

Zadanie 3. (2pkt)

Oblicz $\binom{n}{n-5}$ wiedząc, że $\binom{n}{n-2} = 190$.

Zadanie 4. (3pkt)

Oblicz dwie ostatnie cyfry zapisu dziesiętnego liczby 52^{13} .

Zadanie 5. (3pkt)

Udowodnij, że liczba utworzona z dwóch ostatnich cyfr zapisu dziesiętnego liczby 2029^{2025} jest podzielna przez 7.

Zadanie 6. (4pkt)

Wykaż, że liczba $24^{2025} + 1$ jest podzielna przez 11.