

Funkcja homograficzna

	Postać ogólna	Postać kanoniczna
Wzór	$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$	$f(x) = \frac{r}{x-p} + q$
Założenia dla współczynników	$c \neq 0, \frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$	$r \neq 0$
Dziedzina	$x \neq -\frac{d}{c}$	$x \neq p$
Punkty wspólne z osiami	$x_0 = -\frac{b}{a}, y_0 = \frac{b}{d}$	$x_0 = p - \frac{r}{q}, y_0 = q - \frac{r}{p}$
Wektor przesunięcia funkcji $y_0 = \frac{r}{x}$	$\vec{v} = \left[-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right], r = \frac{bc-ad}{c^2}$	$\vec{v} = [p, q]$
Asymptoty	$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c}$	$x = p, y = q$
Środek symetrii hiperboli	$S = \left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$	$S = (p, q)$
Osie symetrii hiperboli	$y = x + \frac{d}{c} + \frac{a}{c}, y = -\left(x + \frac{d}{c}\right) + \frac{a}{c}$	$y = x - p + q, y = -(x - p) + q$
Przedziały monotoniczności	$x \in \left(-\infty - \frac{d}{c}\right), x \in \left(-\frac{d}{c}, +\infty\right)$	$x \in (-\infty, p), x \in (p, +\infty)$
Przekształcenie postaci ogólnej w kanoniczną	$\frac{ax+b}{cx+d} = \frac{\frac{a}{c}x + \frac{b}{c}}{x + \frac{d}{c}} = \frac{\frac{a}{c}\left(x + \frac{d}{c}\right) - \frac{ad}{c^2} + \frac{b}{c}}{\left(x + \frac{d}{c}\right)} = \frac{a}{c} + \frac{\frac{b}{c} - \frac{ad}{c^2}}{x + \frac{d}{c}} = \frac{\frac{bc-ad}{c^2}}{x - \left(-\frac{d}{c}\right)} + \frac{a}{c}$	

Zadanie 1.

Dla funkcji $f(x) = \frac{1}{x-3} + 4$ wyznacz dziedzinę, zbiór wartości, asymptoty, zbadaj monotoniczność i wyznacz równania osi symetrii wykresu hiperboli.

Zadanie 2.

Funkcją homograficzną nie jest funkcja:

A. $f(x) = \frac{x+2}{3x+4}$

B. $f(x) = \frac{3(x-5)}{5(x-3)}$

C. $f(x) = \frac{x+3}{3x+9}$

D. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

Zadanie 3.

Wyznacz postać kanoniczną funkcji homograficznej $f(x) = \frac{x-2}{x-5}$. Następnie wyznacz jej miejsce zerowe i najmniejszą wartość w przedziale $\langle -3, 3 \rangle$.

Zadanie 4.

Wyznacz postać kanoniczną funkcji homograficznej $f(x) = \frac{3x-1}{2x+4}$. Następnie wyznacz środek symetrii hiperboli będącej wykresem funkcji f .

Zadanie 5.

Pole prostokąta o bokach długości x i y jest równe $2(x + y)$. Podaj wzór funkcji opisującej zależność długości y od x . Określ dziedzinę tej funkcji i naszkicuj jej wykres.

Zadanie 6.

Wyznacz wzór funkcji homograficznej f , której miejscem zerowym jest argument $x_0 = -5$, a środkiem symetrii wykresu hiperboli jest punkt $S = (-3, 2)$.

Zadanie 7.

Wyznacz wszystkie parametry m dla których funkcja $f(x) = \frac{(m-1)x+4}{mx-2m}$ jest homograficzna.

Wyznacz dziedzinę tej funkcji. Wyznacz wszystkie parametry m dla których funkcja f jest przedziałami rosnąca.