

Ciągi rekurencyjne

Zadanie 1. (1 pkt)

Dla ciągu określonego rekurencyjnie $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3a_n + 1 \end{cases}$ oblicz a_4 .

Zadanie 2. (2 pkt)

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = a_n^2 - 3n \end{cases}$ dla $n \geq 1$. Oblicz sumę sześciu pierwszych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 3. (1 pkt)

Wyraz a_5 ciągu określonego rekurencyjnie: $\begin{cases} a_1 = 2, a_2 = 3 \\ a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1} \end{cases}$ dla $n \geq 2$ jest równy

A. 5

B. 18

C. 96

D. 108

Zadanie 4. (2 pkt)

Uzasadnij, że ciąg $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 3n + a_n - 2 \end{cases}$ dla $n \geq 1$ jest monotoniczny.

Zadanie 5. (2 pkt)

Oblicz wyraz a_{2025} ciągu $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = 2 - a_n \end{cases}$ dla $n \geq 1$.

Zadanie 6. (2 pkt)

Uzasadnij, że ciąg określony rekurencyjnie $\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$ dla $n \geq 1$ jest arytmetyczny.

Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.

Zadanie 7. (2 pkt)

Uzasadnij, że ciąg określony rekurencyjnie $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = -2a_n \end{cases}$ dla $n \geq 1$ jest geometryczny.

Którym wyrazem tego ciągu jest liczba 48?

Zadanie 8. (3 pkt)

Dane są ciągi wzorami ogólnym: $a_n = 5n - 7$, $b_n = \frac{2}{3^n}$, $c_n = 5^n \cdot n!$. Wyznacz wzory rekurencyjne tych ciągów.