

Logarytmy

Jeżeli a, b i c są liczbami dodatnimi oraz $a \neq 1$, to:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$n \cdot \log_a b = \log_a (b^n)$$

Ćwiczenie 1. Oblicz:

- a) $\log_5 25$
- b) $\log_2 \frac{1}{8}$
- c) $\log_3 (3\sqrt{3})$
- d) $\log_{\frac{1}{5}} 25$
- e) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4}$
- f) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{4}$
- g) $\log_9 27$
- h) $\log_{9\sqrt{3}} (3\sqrt{27})$

Ćwiczenie 2. Oblicz:

- a) $\log_4 8 + \log_4 2$
- b) $\log_5 100 - \log_5 4$
- c) $\log_3 \left((\sqrt{3})^2 \cdot \frac{1}{9}\right)$
- d) $\log_5 (5 \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{5^3})$
- e) $\log_{16} (2^5 \cdot \sqrt{2})$
- f) $\log_7 \left(\frac{49}{7 \cdot 7^2 \cdot 7^3}\right)$
- g) $\log 100^7$
- h) $3\log_2 \sqrt[3]{5} + 2\log_2 \sqrt{\frac{8}{5}}$

Zadanie 1. (5 pkt)

Rozważmy liczbę $x = \log_2 4^{1000} + \log_3 27^8$ oraz liczbę $y = \log 1000$.

Zadanie 1.1 (1 pkt)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P , jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F ? jeśli jest fałszywe.

Liczba x w zapisie dziesiętnym ma cyfrę jedności równą 0 .	P	F
Liczba $\frac{x+1}{y}$ jest całkowita.	P	F

Zadanie 1.2 (2 pkt)

Wyznacz parametr m dla którego liczba $\frac{y+m}{2}$ jest równa liczbie $(2023 - x)^3$.

Zadanie 1.3 (2 pkt)

Wykaż, że liczba $\sqrt[3]{3y - \log_{2000} (x - 24)}$ jest liczbą całkowitą.