Zadanie 6. Oblicz prawdopodobieństwo, że losując po kolei, bez zwracania dwie liczby ze zbioru $Z = \{-2, -1,0,1,2,3,4\}$ otrzymamy dokładnie jedno miejsce zerowe funkcji:

$$f(x) = -2x^2 + 10x - 12$$

<u>Rozwiązanie:</u>

$\Omega -$ zbiór możliwych losowań „po kolei bez zwracania” dwóch liczb ze zbioru $Z = \{-2, -1,0,1,2,3,4\}$.

Liczb w zbiorze mamy 7 liczb. Pierwszą liczbę możemy zatem wylosować na 7 sposobów, a drugą już tylko na 6, więc:

$$|\Omega| = 7 \cdot 6 = 42$$

A $-$ zdarzenie polegające na wylosowaniu dokładnie jednego miejsca zerowego funkcji $f(x)$.

Musimy najpierw ustalić jakie są miejsca zerowe funkcji $f(x)$. Czyli rozwiązujemy równanie:

$$-2x^2 + 10x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$$

$$x = 2 \quad \vee \quad x = 3$$

Czyli miejsca zerowe funkcji $f(x)$ to liczby: 2,3.

Oba miejsca zerowe zawierają się w zbiorze Z

Chcemy wylosować dokładnie jedno miejsce zerowe (z dwóch możliwych) i jedną liczbę nie będącą miejscem zerowym (tu mamy $7 - 2 = 5$ możliwości). Ponieważ przy liczeniu mocy zbioru Ω uwzględniliśmy kolejność liczb, więc teraz również musimy to zrobić:

$$|A| = \binom{2}{1} \cdot \binom{5}{1} + \binom{5}{1} \cdot \binom{2}{1} = 2 \cdot 5 + 5 \cdot 2 = 20$$

pierwsza wylosowana liczba jest miejscem zerowym

druga wylosowana liczba nie jest miejscem zerowym

pierwsza wylosowana liczba nie jest miejscem zerowym

druga wylosowana liczba jest miejscem zerowym

Zatem:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$$