Zadanie 5. Oblicz prawdopodobieństwo, że losując jednocześnie dwie liczby ze zbioru $Z = \{-2, -1,0,1,2,3,4\}$ wylosujemy dwa miejsca zerowe funkcji $W(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

<u>Rozwiązanie:</u>

$\Omega -$ zbiór możliwych losowań dwóch liczb ze zbioru $Z = \{-2, -1,0,1,2,3,4\}$.

Liczb w zbiorze mamy 7 liczb, zatem:

$$|\Omega| = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$

A $-$ zdarzenie polegające na wylosowaniu dwóch miejsc zerowych funkcji $W(x)$.

Musimy najpierw ustalić jakie są miejsca zerowe funkcji $W(x)$. Czyli rozwiązujemy równanie:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x^2(x + 1) - 4(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0 \quad \vee \quad x + 2 = 0$$

$$x = -1 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x = -2$$

Czyli miejsca zerowe funkcji $W(x)$ to liczby: $-2, -1, 2$.

Wszystkie te miejsca zerowe zawierają się w zbiorze Z, zatem liczba sposobów na jakie możemy wylosować 2 miejsca zerowe z 3 to:

$$|A| = \binom{3}{2} = 3$$

Zatem:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$