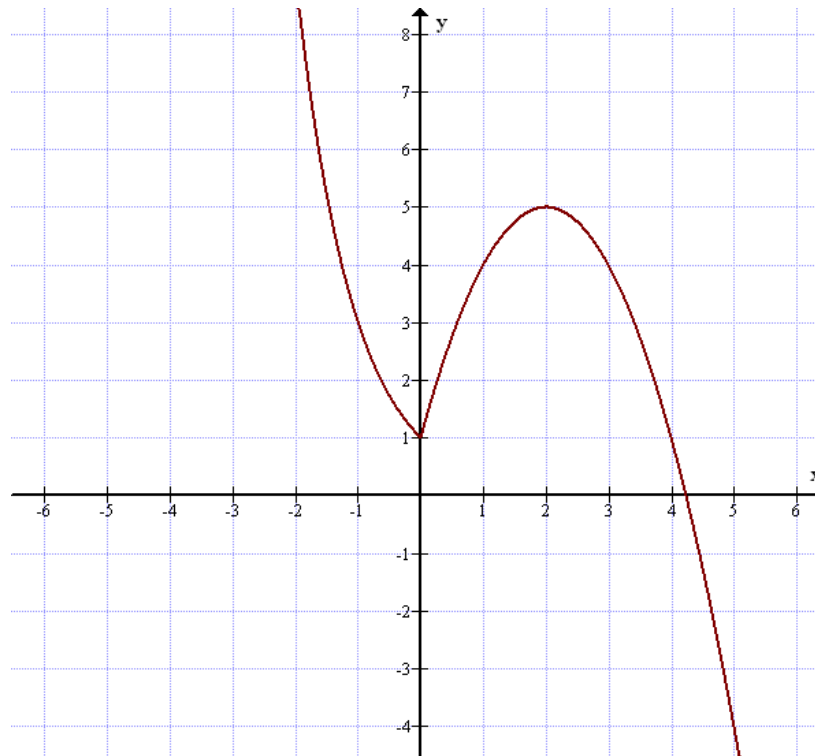


**Zadanie** Naszkicuj wykres funkcji  $f(x) = \begin{cases} 3^{-x} & \text{dla } x < 0 \\ -(x-2)^2 + 5 & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$ . Na podstawie wykresu funkcji  $f$  ustal liczbę rozwiązań równania  $f(x) = k$ , gdzie  $k \in \mathbb{R}$ , w zależności od wartości parametru  $k$ .

Rozwiązanie:

- I. Dla  $x < 0$  rysujemy funkcję  $f(x) = 3^{-x}$ .
- II. Dla  $x \geq 0$  rysujemy funkcję  $f(x) = -(x-2)^2 + 5$ , która powstaje przez przesunięcie paraboli  $y = -x^2$  o 2 jednostki w prawo i 5 jednostek w górę.

W rezultacie otrzymujemy wykres:



Aby ustalić liczbę rozwiązań równania  $f(x) = k$ , w ilu punktach przecina się wykres funkcji  $f(x)$  z wykresem funkcji liniowej  $y = k$ .

Np. dla  $k = 1$ , równanie  $f(x) = 1$  ma dwa rozwiązania ( $x = 0$  oraz  $x = 4$ ).

Ogólnie mamy:

1. Dla  $k \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$  równanie  $f(x) = k$  ma 1 rozwiązanie.
2. Dla  $k \in \{1, 5\}$  równanie  $f(x) = k$  ma 2 rozwiązania.
3. Dla  $k \in (1, 5)$  równanie  $f(x) = k$  ma 3 rozwiązania.