

Zadanie Napisz wzór funkcji wykładniczej $f(x) = a^x$, gdzie $a > 0$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt $A\left(3, \frac{1}{8}\right)$.

- Naszkiej wykres funkcji $g(x) = f(x + 2) - 1$
- Oblicz miejsce zerowe funkcji $g(x)$.
- Dla jakich argumentów funkcja $g(x)$ przyjmuje wartości ujemne?

Rozwiązanie:

Żeby wyznaczyć współczynnik a – podstawiamy do wzoru funkcji $f(x)$ współrzędne punktu A :

$$f(x) = a^x$$

$$\frac{1}{8} = a^3$$

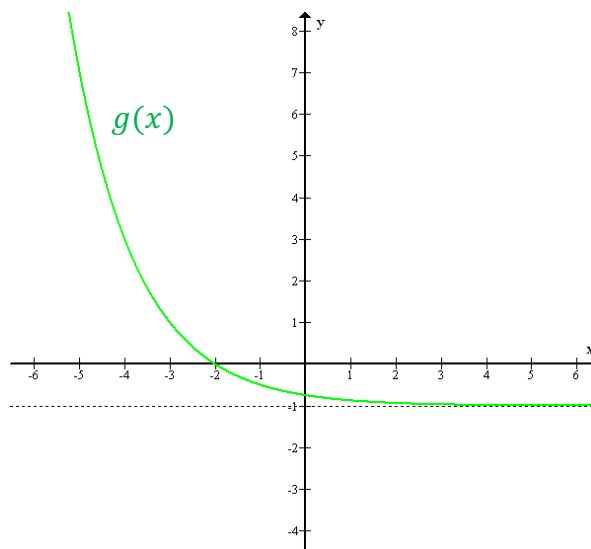
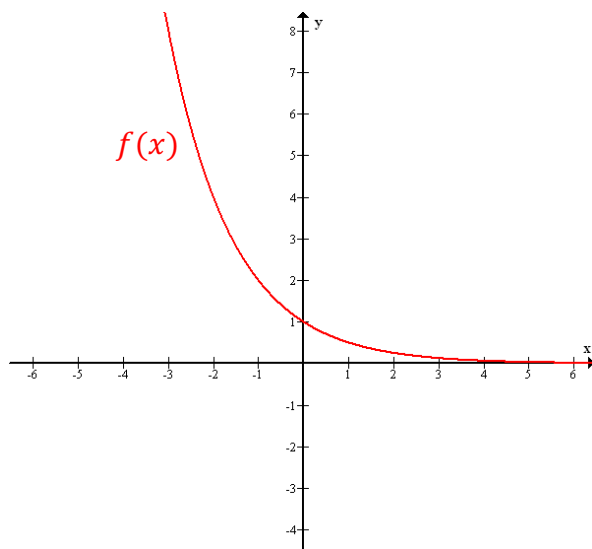
$$\frac{1}{2} = a$$

Zatem:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

a) $g(x) = f(x + 2) - 1$

Zatem wykres funkcji $g(x)$ jest taki sam jak wykres funkcji $f(x)$, tylko przesunięty o 2 jednostki w lewo i o 1 jednostkę w dół. Zatem:



b) $g(x) = f(x + 2) - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 1$

Mając wzór funkcji $g(x)$ możemy obliczyć miejsce zerowe rozwiązując równanie $g(x) = 0$:

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} &= \left(\frac{1}{2}\right)^0 \\ x + 2 &= 0 \\ x &= -2\end{aligned}$$

Odpowiedź: Czyli miejscem zerowym funkcji $g(x)$ jest $x = -2$.

c) Musimy rozwiązać równanie:

$$\begin{aligned}g(x) &< 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 1 &< 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} &< 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} &< \left(\frac{1}{2}\right)^0\end{aligned}$$

Teraz przechodzimy do nierówności na wykładnikach, ale ponieważ podstawa funkcji wykładniczej jest mniejsza od 1 ($\frac{1}{2} < 1$), to zmieniamy znak nierówności:

$$\begin{aligned}x + 2 &> 0 \\ x &> -2\end{aligned}$$

Odpowiedź: Funkcja $g(x)$ przyjmuje wartości ujemne dla $x > -2$.