

Zadanie Wiadomo, że liczby p i q są dodatnie i $q < 6$ oraz $p + 2q = 4$. Wykaż, że $\log_{\sqrt{2}} \frac{8+p}{6-q} = 2$.

Rozwiązanie:

Jeżeli mamy dany logarytm $\log_a b$, to musimy założyć, że $a > 0$ i $a \neq 1$ oraz $b > 0$. Zatem w naszym zadaniu musimy założyć, że:

$$\frac{8+p}{6-q} > 0$$

Ponieważ liczby p i q są dodatnie, zatem żeby zachodziła powyższa nierówność wystarczy, że:

$$6 - q > 0$$

$$q < 6$$

Czyli dziedzina zgadza się z tą podaną w treści zadania.

Pozostaje teraz rozwiązać daną równość:

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{8+p}{6-q} = 2$$

$$\frac{8+p}{6-q} = (\sqrt{2})^2$$

$$\frac{8+p}{6-q} = 2$$

$$8 + p = 2(6 - q)$$

$$8 + p = 12 - 2q$$

$$p + 2q = 4$$

Czyli doszliśmy do równości danej w treści zadania, co kończy dowód. ■