

Checklista do matury podstawowej 2026 - matemaks.pl

Pytanie 1. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz wykonywać działania na **potęgach**?

Zapisz poniższe wyrażenia w postaci jednej potęgi a^k :

- a) $2^{10} \cdot 4^{20}$
- b) $\frac{9^{30} \cdot 81^4}{3^{10}}$
- c) $3^6 + 3^6 + 3^6$
- d) $(3^5)^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}}$

Pytanie 2. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz wykonywać działania na **pierwiastkach**?

Oblicz:

- a) $\sqrt{8} - \sqrt{2}$
- b) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3})^2$
- c) $\frac{3\sqrt{5} - \sqrt{5}}{5\sqrt{5}}$
- d) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} + \sqrt{2^{-2}}$
- e) $\frac{\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[6]{25}}{5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}}$

Pytanie 3. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz wykonywać działania na **logarytmach**?

Oblicz:

- a) $\log_2(8\sqrt{2})$
- b) $\log_{25}\sqrt[3]{5}$
- c) $\log_5 50 - \log_5 2$
- d) $\log_2 \frac{8}{9} + 4\log_2 \sqrt{6}$

Pytanie 4. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz obliczać wartość wyrażenia z **wartością bezwzględną** i rozwiązywać proste równania z wartością bezwzględną?

- a) Oblicz: $|1 + \sqrt{2}| + |1 - \sqrt{2}|$
- b) Oblicz: $\frac{|3 - \pi| + 3}{\pi^2}$
- c) Rozwiąż równanie: $|x + 2| = 7$
- d) Rozwiąż równanie: $\left|3x^2 - \frac{x}{7}\right| = 1 - \sqrt{2}$

Pytanie 5. (Tier S, 1 pkt na 75%)

Czy umiesz korzystać ze **wzorów skróconego mnożenia**?

- Oblicz: $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})$
- Oblicz: $(3\sqrt{7} - 1)^2 + 6\sqrt{7}$
- Wykaż, że liczba $(\sqrt{2} - \sqrt{8})^{26}$ jest liczbą całkowitą.

Pytanie 6. (Baza)

Czy wiesz, **jak zapisać liczbę**:

- parzystą?
- nieparzystą?
- podzielną przez 7?
- taką, która przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2?

Pytanie 7. (Tier B, 2 pkt na 100%)

Czy umiesz rozwiązywać **zadania dowodowe z podzielnością i resztą z dzielenia**?

- Wykaż, że liczba $7^{13} + 7^{14} + 7^{15}$ jest podzielna przez 57.
- Wykaż, że liczba $2026^{2027} + 2026^{2026}$ jest podzielna przez 2027.
- Niech a to będzie liczba, która przy dzieleniu przez 6 daje resztę 1. Wykaż, że liczba $a^2 - 1$ jest podzielna przez 12.
- Niech a to będzie liczba podzielna przez 8, a b to liczba która przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3. Wykaż, że liczba $a + 2b - 6$ jest podzielna przez 8.

Pytanie 8.

Czy znasz **własności podzielności liczb**?

- Oblicz największy wspólny dzielnik liczb $2^8 \cdot 3^7 \cdot 5^6$ oraz $3^6 \cdot 5^5 \cdot 7^4$.
- Oblicz resztę z dzielenia liczby 27 przez liczbę 13.
- Wskaż najmniejszą liczbę pierwszą większą od 19.
- Czy liczba 10001007 jest podzielna przez 3?
- Czy liczba 1234525 jest podzielna przez 25?
- Czy liczba $654321 \cdot 123456$ jest podzielna przez 2?
- Czy liczba $654321 + 123456$ jest podzielna przez 2?

Pytanie 9. (Tier E)

Czy umiesz wykonywać działania na **ułamkach** oraz usuwać niewymierność z mianownika?

- Oblicz: $\frac{\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{2}}{\frac{9}{5}}$
- Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{3}{\sqrt{5}}$
- Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{3}{1 - \sqrt{5}}$
- Uprość: $\frac{3\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}}$

Pytanie 10. (Tier B, 2 pkt na 50%)

Czy umiesz wykonywać działania na **procentach**?

- Oblicz liczbę, której 20% jest równe 4.
- Liczba a to 20% liczby b . Oblicz wartość wyrażenia $\frac{5b}{a}$.
- Cenę pewnego towaru obniżono o 10%, a potem nową cenę podwyższono o 10%. Czy cena towaru wróciła do początkowej wartości?
- Wpłacono 1000 zł na lokatę oprocentowaną w wysokości 4% w skali roku. Zapisz wzorem, ile środków będzie na lokacie po 10 latach oszczędzania (nie uwzględniając podatku).

Pytanie 11. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz rozwiązywać **równania i nierówności liniowe**?

- Rozwiąż równanie: $\sqrt{2} + \sqrt{3}x = 4\sqrt{2}$
- Rozwiąż nierówność: $\frac{2x+1}{3} - x > 2$

Pytanie 12. (Tier S, 1 pkt na 50%)

Czy umiesz rozwiązywać **układy równań**?

- Rozwiąż układ:
$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$
- Rozwiąż układ:
$$\begin{cases} 7x + 9y = 5 \\ 7x + 8y = 0 \end{cases}$$

Pytanie 13. (Tier B, 2 pkt na 90%)

Czy umiesz rozwiązywać **zadania tekstowe** prowadzące do układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi?

- Podczas szkolnego kiermaszu sprzedawano dwa rodzaje cegiełek charytatywnych: zwykłe i specjalne. Sprzedano łącznie 150 cegiełek. Cegielka zwykła kosztowała 20 zł. Ze sprzedaży wszystkich cegiełek zebrano 4200 zł, z czego 80% tej kwoty pochodziło ze sprzedaży cegiełek specjalnych. Oblicz, ile sprzedano cegiełek specjalnych.

Pytanie 14. (Tier S, 1-3 pkt na 50%)

Czy umiesz skracać **wyrażenia wymierne**?

- Uprość wyrażenie: $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2} \cdot \frac{x^3(x+3)}{(x+2)^2}$. Jakie założenia należy przyjąć?
- Określ dziedzinę i uprość wyrażenie: $\frac{1}{x^2 - 2x + 1} : \frac{x+1}{x-1}$

Pytanie 15. (Tier S+, 1 pkt na 75%)

Czy umiesz rozwiązywać równania dane w **postaci iloczynowej**?

- Rozwiąż równanie: $(x-2)(x+3)(x-5)^2 = 0$
- Ile rozwiązań ma równanie: $\frac{x^2(x-1)(x-2)^2(x-3)^2}{x(x-4)} = 0$

Pytanie 16. (Tier C, 1 pkt na 10%)

Czy umiesz wykonywać działania na **wielomianach**?

- Dany jest wielomian $W(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$.
- Dane są wielomiany $W(x) = x^4 - 1$ oraz $P(x) = x^5 - x^3 + 2x$. Wyznacz stopień wielomianu $Q(x) = W(x) \cdot P(x)$ oraz wielomianu $R(x) = W(x) + P(x)$.
- Dany jest wielomian $W(x) = x^6 - x^5 + (k+3)x^4$ z parametrem k . Dla jakiego parametru k równanie $|2x - W(2026)| = W(1)$ jest sprzeczne?

Pytanie 17. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz rozwiązywać **równania kwadratowe**?

Rozwiąż równanie:

- a) $2x^2 + 3x - 4 = 0$
- b) $2x^2 + 3x = 0$
- c) $(x - 5)^2 = 9$
- d) $(2x + 3)(x - 2) = 0$
- e) $(x - \sqrt{2})^2 + 3x^2 + 1 = 0$

Pytanie 18. (Tier S, 3 pkt na 50%)

Czy umiesz rozwiązywać proste **równania wymierne**?

Rozwiąż równanie i zapisz założenia:

- a) $\frac{2}{x} = \frac{x}{2x - 2}$
- b) $\frac{x + 2}{x - 1} = \frac{5x + 5}{x - 2}$
- c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 2$

Pytanie 19. (Tier C, 1 pkt na 10%)

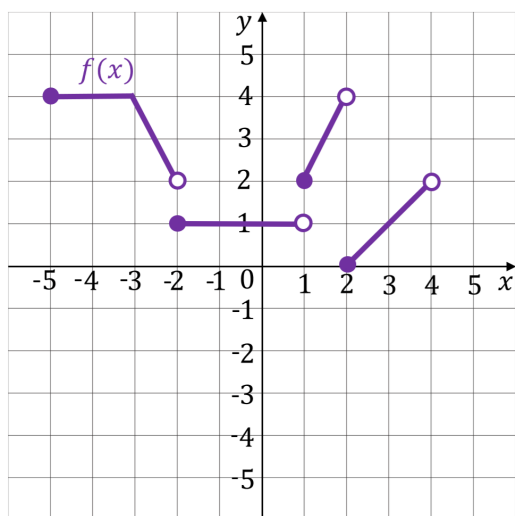
Czy wiesz, co to są równania i nierówności **sprzeczne i tożsamościowe**?

- a) Ile rozwiązań ma równanie: $5x^2 - x = (2x - 1)(2x + 1) + x^2 - x + 1$?
- b) Ile rozwiązań ma nierówność: $3x^2 + |2x - \sqrt{3}| < 0$?
- c) Dla jakiego parametru m równanie: $2mx + 3 = 1 - x$ jest sprzeczne?
- d) Dla jakiego parametru m nierówność: $x^2 + mx + 1 < 0$ jest sprzeczna?
- e) Dla jakiego parametru m równanie: $(m - 2)x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ jest tożsamościowe?

Pytanie 20. (Tier S+, 4 pkt na 100%)

Czy umiesz odczytywać **informacje z wykresu funkcji?**

Dany jest wykres funkcji f :



- a) Dziedzina funkcji f to:
- b) Zbiór wartości funkcji f to:
- c) Największa wartość funkcji f to:
- d) Najmniejsza wartość funkcji f to:
- e) Największa wartość funkcji f jest przyjmowana dla argumentu:
- f) Wyrażenie $\frac{f(0) + f(2)}{f(1)}$ jest równe:
- g) Oceń prawdziwość zdań:

Funkcja jest stała na przedziale $[-5, -3]$	P	F
Funkcja jest malejąca na przedziale $[-3, -2]$	P	F
Funkcja jest stała na przedziale $[-2, 1]$	P	F
Funkcja jest rosnąca na przedziale $[1, 2]$	P	F
Funkcja jest rosnąca na przedziale $[2, 4]$	P	F

Pytanie 21. (Tier B, 1 pkt na 20%)

Czy umiesz wykorzystać informacje o funkcji dane za pomocą **wzoru, opisu słownego lub tabeli**?

- a) Funkcja f każdej liczbie wymiernej przyporządkowuje liczbę o 1 większą, a każdej liczbie niewymiernej przyporządkowuje kwadrat tej liczby. Oblicz $f(1) \cdot f(\sqrt{2})$.
- b) Dana jest funkcja za pomocą tabelki:

x	-2	-1	0	1	2
y	0	0	-1	-1	5

Oceń prawdziwość zdań:

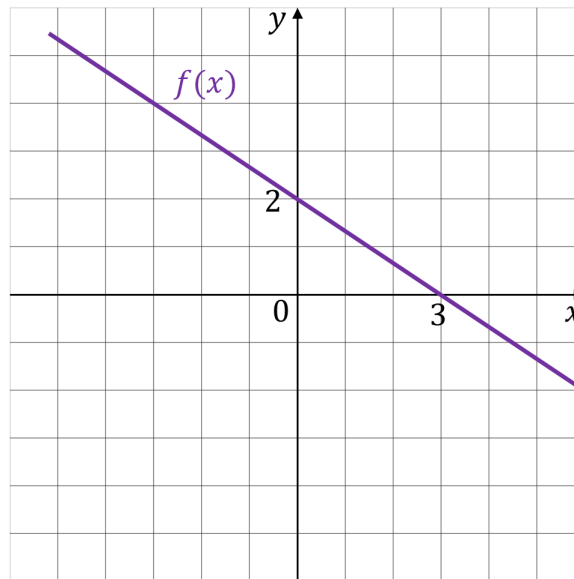
Funkcja ma trzy miejsca zerowe.	P	F
Najmniejsza wartość tej funkcji to -2 .	P	F

- c) Dana jest funkcja wzorem $f(x) = \frac{x^2 - 3}{(5 - \sqrt{7})x - \sqrt[3]{5}}$. Oblicz $f(\sqrt{3})$.

Pytanie 22. (Tier S, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz rysować i interpretować **funkcję liniową**?

- a) Wyznacz wzór funkcji liniowej danej na wykresie:



- b) Narysuj wykres funkcji $f(x) = 2x - \sqrt{2}$
- c) Dana jest funkcja liniowa $y = ax + b$. Wiadomo, że $b < 0$. Wyznacz wszystkie współczynniki a , dla których funkcja ma dodatnie miejsca zerowe.
- d) Dana jest funkcja liniowa $y = (m^2 - 1)x + 2$. Wyznacz wszystkie parametry m , dla których funkcja nie ma miejsc zerowych.

Pytanie 23. (Tier S, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz narysować **funkcję kwadratową** daną w postaci ogólnej?

- Narysuj wykres funkcji $f(x) = x^2$.
- Narysuj wykres funkcji $f(x) = -\frac{1}{3}x^2$.
- Narysuj wykres funkcji $f(x) = x^2 + 3x + 2$.

Pytanie 24. (Tier S, 1 pkt na 90%)

Czy znasz postać kanoniczną **funkcji kwadratowej** oraz jej związek z wierzchołkiem?

- Wyznacz wzór funkcji kwadratowej o wierzchołku w punkcie $(2, -1)$ i przechodzącej przez początek układu współrzędnych.
- Wyznacz wierzchołek funkcji kwadratowej $f(x) = -\frac{1}{3}(x - 5)^2 + 7$.
- Wyznacz równanie osi symetrii funkcji $f(x) = 2(x + 3)^2 - 1$.

Pytanie 25. (Tier S, 1 pkt na 90%)

Czy znasz postać iloczynową **funkcji kwadratowej** oraz jej związek z miejscami zerowymi?

- Wyznacz miejsca zerowe funkcji kwadratowej $f(x) = 3(2x - \sqrt{2})(x + 2)$.
- Zapisz postać iloczynową funkcji $f(x) = x^2 - 5$.
- Zapisz postać iloczynową funkcji $f(x) = x^2 - 6x + 9$.
- Wyznacz równanie osi symetrii funkcji $f(x) = (x + 2)(x - 4)$.

Pytanie 26. (Tier S, 4 pkt na 100%)

Czy umiesz rysować wykres **funkcji kwadratowej** oraz interpretować jego własności?

- Wykres funkcji kwadratowej $f(x)$ przechodzi przez punkty $A = (0, 2)$ i $B = (3, 0)$ oraz ma oś symetrii $x = 4$. Wyznacz wzór funkcji $f(x)$ i narysuj jej wykres.

Pytanie 27. (Tier A, 2 pkt na 30%)

Czy wiesz jak wyznaczać wartość największą i najmniejszą **funkcji kwadratowej** na przedziale domkniętym?

- Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = -(x - 2)^2 + 5$ na przedziale $[0, 6]$.
- Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = x(x - 4)$ na przedziale $[-1, 3]$.

Pytanie 28. (Tier A, 1-4 pkt na 100%)

Czy umiesz rozwiązywać zadania optymalizacyjne z **funkcji kwadratowej**?

- Zysk pewnej firmy w zależności od liczby pracowników n opisuje funkcja: $f(n) = 10(n - 5)(35 - n)$. Oblicz, dla ilu zatrudnionych pracowników zysk firmy jest największy.
- Rozważamy wszystkie romby o sumie długości przekątnych równej 10. Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego rombu od długości x jednej przekątnej. Oblicz wymiary tego z rozważanych rombu, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.

Pytanie 29. (Tier S+, 2 pkt na 100%)

Czy umiesz rozwiązywać **nierówności kwadratowe**?

- $3x^2 - 3x \leq 6$
- $x^2 - \sqrt{3}x + 10 > 0$
- $(1 - x)(2 + x) < 0$

Pytanie 30. (Tier B, 1 pkt na 30%)

Czy wiesz, co to jest **proporcjonalność odwrotna**?

- Samochód pokonuje pewną trasę w 4 godziny, jeżeli jedzie z prędkością 80 km/h. W jakim czasie pokona tę samą trasę jadąc z prędkością 100 km/h?
- Funkcja $f(x)$ opisuje zależność odwrotnie proporcjonalną. Wiadomo, że $f(2) = 5$. Oblicz $f(3)$.

Pytanie 31. (Tier A, 1 pkt na 30%)

Czy wiesz co to jest **funkcja wykładnicza** i znasz jej wykres?

- Oblicz wartość, jaką przyjmuje funkcja $f(x) = 2^x + 3$ dla argumentu 3.
- Funkcja wykładnicza $f(x) = a^{x+1} - 3$ jest malejąca. Której spośród liczb ze zbioru $\left\{-2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$ może być wartością współczynnika a ?

Pytanie 32. (Tier A, 1 pkt na 30%)

Czy wiesz co to jest **funkcja logarytmiczna** i znasz jej wykres?

- Oblicz wartość, jaką przyjmuje funkcja $f(x) = \log_3(x - 2) + 1$ dla argumentu 5.
- Jaka jest dziedzina oraz zbiór wartości funkcji $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$?

Pytanie 33. (Tier A, 1 pkt na 90%)

Czy wiesz, jak wpływa na wzór funkcji **przesunięcie jej wykresu** w pionie, albo poziomie o ustaloną wartość? Wykres funkcji $f(x) = 2^x + 1$ przesunięto

- w pionie o 3 jednostki do góry,
- w pionie o 4 jednostki do dołu,
- w poziomie o 5 jednostek w lewo,
- w poziomie o 6 jednostek w prawo.

i otrzymano wykres funkcji $g(x)$. Zapisz wzór funkcji $g(x)$.

Pytanie 34. (Tier S, 1 pkt na 100%)

Czy wiesz, co to jest **ciąg arytmetyczny** i znasz jego własności?

- W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_1 = 2$ oraz $a_2 = 5$. Oblicz a_3 .
- W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_7 = 3$ oraz $a_{11} = -5$. Oblicz a_5 .
- Dany jest trzywyrazowy ciąg arytmetyczny: $(6, 2m + 1, 5)$. Oblicz m .
- Oblicz sumę wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 3.

Pytanie 35. (Tier S, 1 pkt na 100%)

Czy wiesz, co to jest **ciąg geometryczny** i znasz jego własności?

- W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 2$ oraz $a_2 = 6$. Oblicz a_3 .
- W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_7 = 10$ oraz $a_9 = 250$. Oblicz a_6 .
- Dany jest trzywyrazowy rosnący ciąg geometryczny: $(x, 2x, 5)$. Oblicz x .
- Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy (-1) , a iloraz $q = 2$. Oblicz sumę 10 początkowych wyrazów tego ciągu.

Pytanie 36. (Tier S, 1 pkt na 80%)

Czy umiesz korzystać ze wzoru ciągu danego w **postaci ogólnej**?

- Oblicz trzeci wyraz ciągu danego wzorem $a_n = \frac{n^2}{(-1)^n} + 1$.
- Który wyraz ciągu $a_n = 2n^3$ jest równy 54?

Pytanie 37. (Tier S, 1 pkt na 80%)

Czy umiesz obliczać wyrazy **ciągu rekurencyjnego**?

a) Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n - 1 \end{cases}$$

Oblicz a_3 .

b) Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \end{cases}$$

Oblicz a_4 .

Pytanie 38. (Tier B, 1 pkt na 20%)

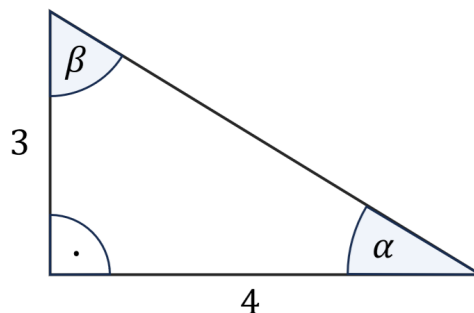
Czy wiesz, jak badać **monotoniczność ciągu**?

- a) Wykaż, że ciąg $a_n = 3n + 2$ jest rosnący.
- b) Uzasadnij, że ciąg $a_n = (n - 2)(n - 10)$ jest niemonotoniczny.

Pytanie 39. (Tier A, 1-2 pkt na 100%)

Czy znasz **definicje funkcji trygonometrycznych** dla kąta ostrego w trójkącie prostokątnym?

a) Oblicz $\sin \alpha$, $\sin \beta$, $\cos \alpha$, $\cos \beta$ oraz $\operatorname{tg} \alpha$ i $\operatorname{tg} \beta$ w trójkącie prostokątnym:



b) W trójkącie prostokątnym o kącie ostrym α , dany jest $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Oblicz $\cos \alpha$.

Pytanie 40. (Tier B, 1 pkt na 60%)

Czy umiesz obliczać wartości **funkcji trygonometrycznych dla kątów rozwartych**?

- a) Oblicz wartość wyrażenia $\sin 135^\circ + \cos 120^\circ$.
- b) Zbadaj prawdziwość zdań:

Wyrażenie $\frac{\sin 170^\circ}{\operatorname{tg} 100^\circ}$ jest dodatnie.	P	F
Wyrażenie $\cos 101^\circ \cdot \operatorname{tg} 99^\circ$ jest dodatnie.	P	F

Pytanie 41. (Tier A, 1-2 pkt na 100%)

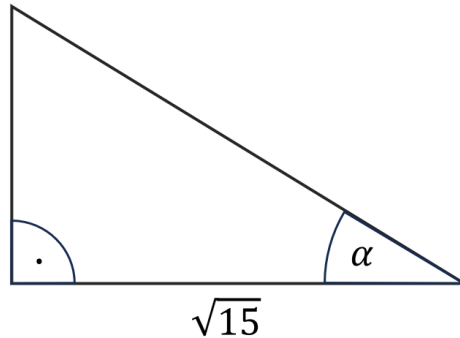
Czy znasz wzór na **jedynkę trygonometryczną** oraz **wzór na tangens**?

- Kąt α jest ostry oraz $2 \operatorname{tg} \alpha - 3 \cos^2 \alpha = 3 \sin^2 \alpha$. Oblicz $\operatorname{tg} \alpha$.
- Kąt α jest ostry oraz $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

Pytanie 42. (Tier A, 1-2 pkt na 100%)

Czy umiesz **rozwiązywać trójkąty prostokątne** z wykorzystaniem trygonometrii?

- Dany jest trójkąt:



w którym $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Oblicz obwód tego trójkąta.

- W trójkącie prostokątnym miara jednego kąta wewnętrznego wynosi 30° , a długość najdłuższego boku jest równa 2. Oblicz pole tego trójkąta.

Pytanie 43. (Tier A, 1 pkt na 50%)

Czy wiesz co to jest i do czego stosujemy **twierdzenie cosinusów**?

- W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 3$ oraz $|AC| = 4$ oraz miara kąta $|\sphericalangle BAC| = 60^\circ$. Oblicz długość boku BC .

Pytanie 44. (Tier A, 1-2 pkt na 30%)

Czy znasz **wzór na pole trójkąta** z wykorzystaniem dwóch boków i kąta między nimi?

- W trójkącie ABC dane są boki $|AB| = 3$ oraz $|AC| = 4$ oraz kąta $|\sphericalangle BAC| = 60^\circ$. Oblicz pole trójkąta ABC .

Pytanie 45. (Tier S, 1-2 pkt na 80%)

Czy znasz własności **trójkąta równobocznego**?

- Okrąg wpisany w trójkąt równoboczny ma promień długości 5. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.
- Pole trójkąta równobocznego jest równe $\frac{17\sqrt{3}}{4}$. Oblicz obwód tego trójkąta.

Pytanie 46. (Tier A, 1 pkt na 50%)

Czy znasz własności **trójkąta prostokątnego**?

- Oblicz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 3 oraz 4.
- Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 3 oraz 4.
- Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 oraz 12. Oblicz długość wysokości poprowadzonej z kąta prostego na przeciwprostokątną.

Pytanie 47. (Tier E)

Czy znasz **punkty szczególne w trójkącie**?

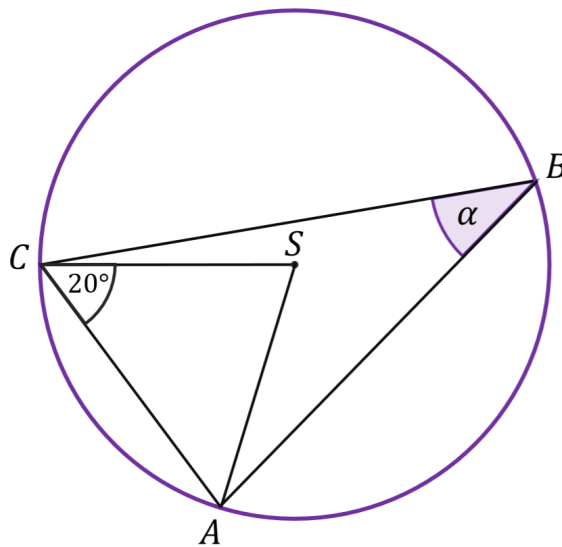
- a) Co to jest ortocentrum w trójkącie?
- b) Gdzie leży środek okręgu opisanego na trójkącie?
- c) Gdzie leży środek okręgu wpisanego w trójkąt?
- d) Jak dzielą się środkowe w trójkącie?

Pytanie 48. (Tier S+, 1 pkt na 100%)

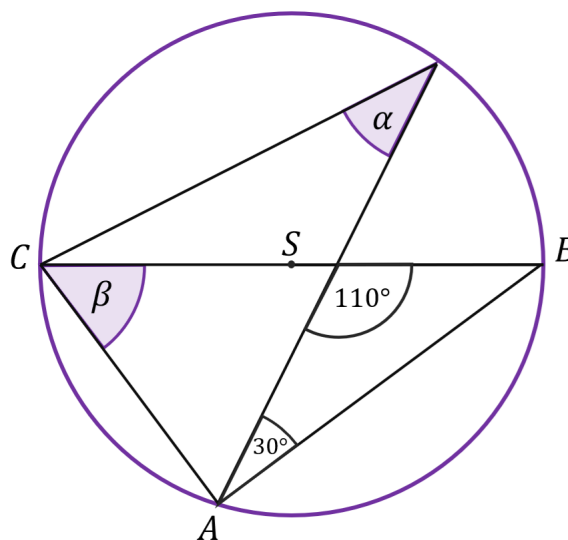
Czy umiesz obliczać **kąty w okręgu**?

S to środek okręgu.

- a) Oblicz miarę kąta α :



- b) Oblicz miarę kąta α i β :



Pytanie 49. (Tier B, 1 pkt na 20%)

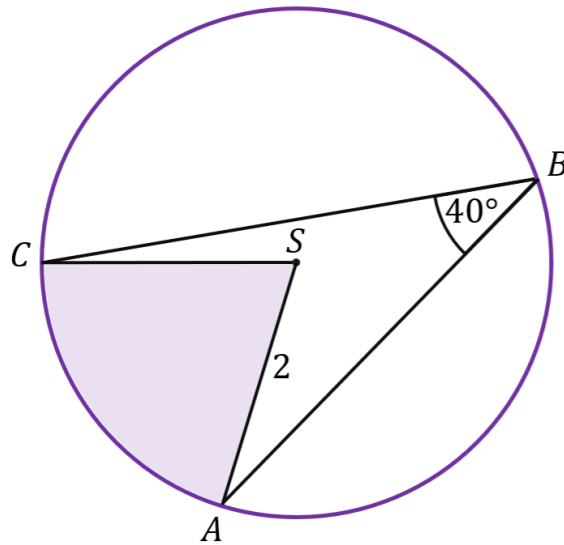
Czy wiesz jak analizować **wielokąty foremne**?

- a) Oblicz pole sześciokąta foremnego o boku długości 2.
- b) Oblicz miarę kąta wewnętrznego ośmiokąta foremnego.

Pytanie 50. (Tier C, 1 pkt na 30%)

Czy umiesz obliczać **pole wycinka koła** i **długość łuku okręgu**?

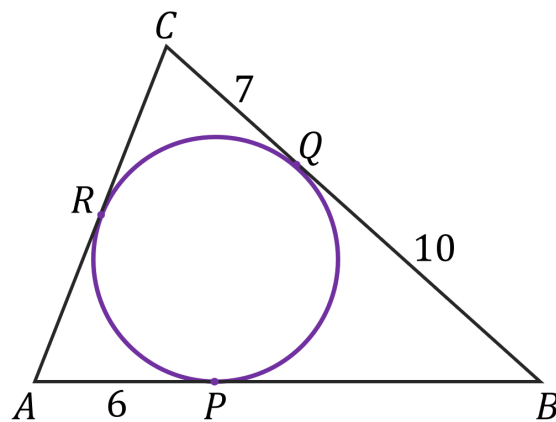
a) Oblicz długość łuku AC i pole wycinka ACS :



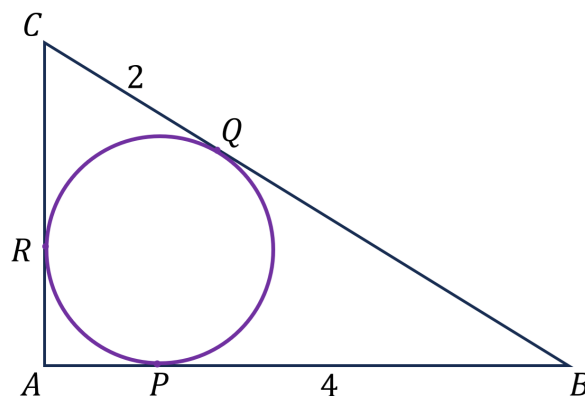
Pytanie 51. (Tier S, 1 pkt na 20%)

Czy wiesz jak działa **twierdzenie o odcinkach stycznych**?

a) Oblicz długości wszystkich boków trójkąta ABC



b) Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny:



Pytanie 52. (Tier A, 2 pkt na 50%)

Czy znasz **własności kątów i przekątnych** w równoległobokach, rombach i trapezach?

- Jeden z kątów wewnętrznych rombu ma miarę 120° , a krótsza przekątna ma długość 2. Oblicz obwód i pole tego rombu.
- W równoległoboku $ABCD$ dane są długości boku $|AD| = 2$ i przekątnej $|BD| = 3$. Ponadto kąt CBD jest prosty. Oblicz pole $ABCD$.
- Dany jest trapez o podstawach a oraz b , w którym przekątne są jednocześnie dwusiecznymi kątów przy podstawie a . Wykaż, że obwód tego trapezu to $a + 3b$.

Pytanie 53. (Tier A, 2 pkt na 50%)

Czy umiesz korzystać z **podobieństwa trójkątów**?

- (4 pkt)** W trójkącie równoramiennym ABC poprowadzono odcinek DE równoległy do podstawy AB . Dane są: $|DE| = 3$ oraz $|CD| = 4$, a także wiadomo, że $|AB| : |EC| = 9 : 4$. Oblicz pole trójkąta ABC .
- W trójkącie prostokątnym ABC o przeciwprostokątnej AB poprowadzono wysokość CD . Wykaż, że $|CD|^2 = |AD| \cdot |DB|$.

Pytanie 54. (Tier A, 1 pkt na 40%)

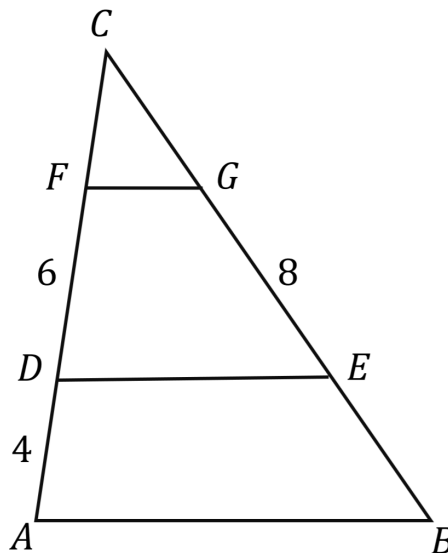
Czy wiesz jaka jest zależność między **polami i obwodami figur podobnych**?

- Siedmiokąt foremny S_1 ma bok 3 razy dłuższy od boku siedmiokąta foremnego S_2 . Siedmiokąt S_2 ma obwód równy l , a pole równe 3π . Oblicz obwód i pole S_1 .

Pytanie 55. (Tier A, 1 pkt na 60%)

Czy wiesz jak stosować **twierdzenie Talesa**?

- W trójkącie ABC poprowadzono odcinki DE i FG równoległe do podstawy (zobacz rysunek). Oblicz długość odcinka BE .



Pytanie 56. (Tier S+, 1 pkt na 90%)

Czy wiesz kiedy dwie proste są **równoległe**?

- Dla jakiego parametru m proste $y = (m + 1)x + 3$ oraz $y = 2mx - 5$ są równoległe?
- Dla jakiego parametru m proste $m^2x - y + 3 = 0$ oraz $-5x + y - m = 0$ są równoległe?

Pytanie 57. (Tier S, 1 pkt na 90%)

Czy wiesz jak znajdować **punkt przecięcia dwóch prostych**?

- Wyznacz punkt przecięcia prostych $y = 2x + 3$ oraz $y = -x + 2$.

Pytanie 58. (Tier S, 1 pkt na 90%)

Czy umiesz wyznaczać **równanie prostej** przechodzącej przez dwa punkty, lub przez jeden punkt i jednocześnie równoległej do innej prostej?

- Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (-1, 2)$ oraz $B = (3, 4)$.
- Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt $A = (0, 5)$ oraz równoległej do prostej $4x + 2y - 1 = 0$.

Pytanie 59. (Tier S+, 1 pkt na 50%)

Czy wiesz jak obliczać **odległość dwóch punktów**?

- Punkty $A = (0, 2)$ oraz $B = (3, 1)$ są wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Oblicz długość przekątnej AC .

Pytanie 60. (Tier S+, 1 pkt na 50%)

Czy wiesz jak znajdować **środek odcinka**?

- Dane są punkty $A = (1, 2)$ oraz $B = (-3, 7)$. Wyznacz środek odcinka AB
- W rombie $ABCD$ dany jest punkt $A = (-1, 0)$, a punkt C leży na prostej $y = x + 1$. Środek symetrii rombu $ABCD$ leży na prostej $x = 1$. Wyznacz współrzędne punktu C .

Pytanie 61. (Tier S, 1 pkt na 90%)

Czy umiesz wyznaczać **równanie okręgu** o danym środku i promieniu?

- Zapisz równanie okręgu o środku $S = (2, -3)$ i promieniu $r = 5$.
- Wyznacz parametr m , dla którego środkiem okręgu $(x - m)^2 + (y + m)^2 = 6$ jest punkt $S = (4, 2)$.
- Okrąg O_1 ma równanie: $x^2 + y^2 = 9$, a okrąg O_2 ma środek w punkcie $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$. Okręgi O_1 oraz O_2 są styczne wewnętrznie. Oblicz promień okręgu O_2

Pytanie 62. (Tier A, 1 pkt na 50%)

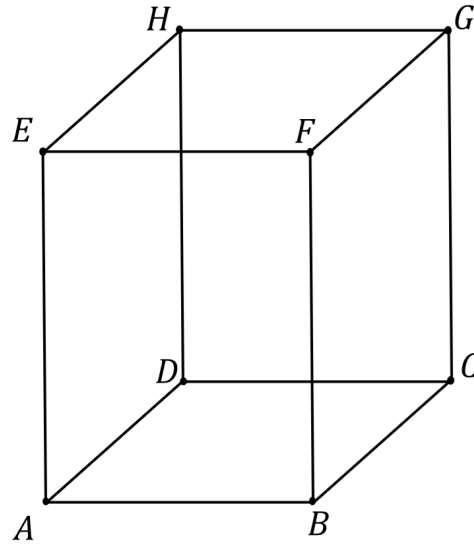
Czy umiesz wyznaczać **obrazy figur w symetriach** osiowych względem osi układu współrzędnych, oraz symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych?

- Dane są punkty $A = (1, -1)$ oraz $B = (2, 2)$. Odcinek AB przekształcono w symetrii względem osi Oy otrzymując odcinek A_1B_1 . Oblicz pole figury ABB_1A_1 .
- Wyznacz równanie prostej k , która jest obrazem prostej $l : y = -2x + 3$ w symetrii punktowej względem początku układu współrzędnych.

Pytanie 63. (Baza)

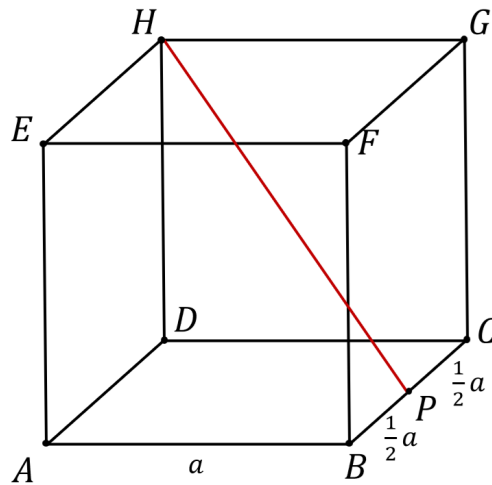
Czy umiesz zaznaczać kąty w graniastosłupach i ostrosłupach i oceniać prostopadłość odcinków?

- a) Zaznacz kąt α między przekątną prostopadłościanu a podstawą oraz kąt β między przekątną prostopadłościanu a ścianą boczną.

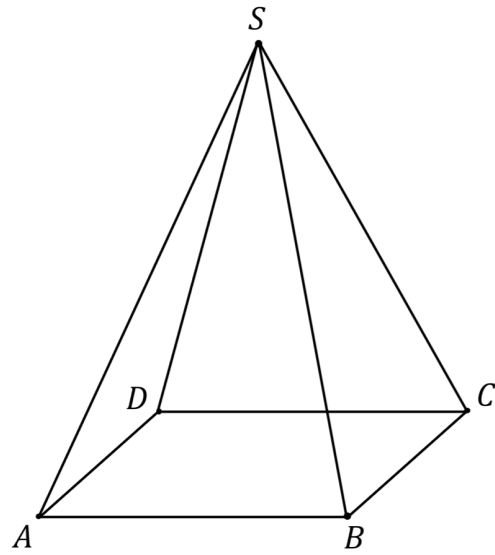


Czy odcinki AB i FG są prostopadłe?
Czy odcinki BD i GH są prostopadłe?

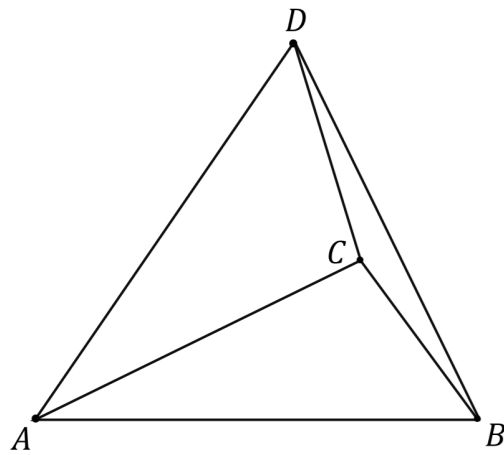
- b) Zaznacz kąt α między odcinkiem HP sześcianu a podstawą oraz kąt β między odcinkiem HP sześcianu a odcinkiem PC .



- c) Zaznacz kąt α między krawędzią ostrosłupa prawidłowego czworokątnego a podstawą oraz kąt β między krawędzią boczną a wysokością.



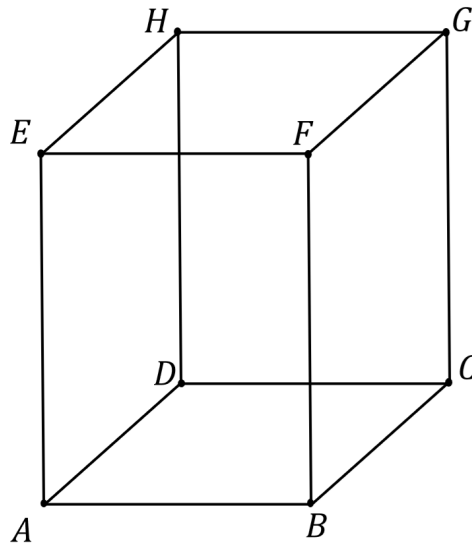
- d) Zaznacz kąt α między krawędzią ostrosłupa prawidłowego trójkątnego a podstawą oraz kąt β między krawędzią boczną a krawędzią podstawy.



Pytanie 64. (Tier B, 2-4 pkt na 90%)

Czy umiesz obliczać **objętości i pola powierzchni** graniastosłupów i ostrosłupów?

- a) Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu, jeżeli wiadomo, że $|AB| = 6$ i $|BC| = 8$ oraz tangens kąta nachylenia przekątnej prostopadłościanu do podstawy jest równy 2.



- b) Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABC S$. Okrąg opisany na podstawie ABC ma obwód długości 4π . Kąt nachylenia wysokości ściany bocznej do płaszczyzny podstawy wynosi 45° . Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa $ABC S$.

Pytanie 65. (Tier A, 1-2 pkt na 50%)

Czy wiesz jak obliczać pole, objętość i przekrój osiowy **walca**?

- a) Przekątna przekroju osiowego walca ma długość 6 i tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α , taki, że $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Oblicz objętość i pole ściany bocznej tego walca.

Pytanie 66. (Tier A, 1-2 pkt na 50%)

Czy wiesz jak obliczać pole, objętość, pole powierzchni i przekrój osiowy **stożka**?

- a) Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym. Tworząca stożka ma długość $3\sqrt{2}$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej stożka.
- b) Powierzchnia boczna stożka jest wycinkiem koła o kącie środkowym 60° i promieniu 6. Oblicz objętość i pole całkowite tego stożka.

Pytanie 67. (Tier A, 1 pkt na 30%)

Czy umiesz obliczać pole powierzchni i objętość **kuli**?

- a) Oblicz objętość i pole kuli o promieniu 2.
- b) Kulę o środku S przecięto płaszczyzną i otrzymano przekrój, który jest kołem o polu 4π i środku O , przy czym $|SO| = 2$. Oblicz promień kuli.
- c) Dana jest kula i walec. Promień kuli jest równy wysokości walca. Objętość walca jest równa 12π , a jego przekrój osiowy jest kwadratem. Oblicz objętość kuli.

Pytanie 68. (Tier A, 1 pkt na 30%)

Czy znasz zależność między objętościami i polami powierzchni **brył podobnych**?

- a) Kula K_1 ma pole powierzchni 2 razy większe od pola powierzchni kuli K_2 . Ile razy objętość kuli K_1 jest większa od objętości kuli K_2 ?

Pytanie 69. (Tier C, 1-2 pkt na 100%)

Czy umiesz stosować **regułę mnożenia i dodawania** w kombinatoryce?

- Ile jest liczb czterocyfrowych kończących się na cyfrę 3 lub cyfrę 7?
- Ile jest liczb trzycyfrowych parzystych?
- Ile jest liczb czterocyfrowych w których cyfra 5 występuje dokładnie raz.
- Podczas gry w bilarda było 9 różnych kul, a w stole było 6 różnych luz (otworów do których wpadają kule). Wszystkie kule wpadły do luz. Na ile sposobów mogły wpaść kule do luz, jeśli wiadomo, że nie wpadły wszystkie do jednej luzy?

Pytanie 70. (Tier B, 1-2 pkt na 100%)

Czy wiesz jak obliczać **prawdopodobieństwo** w modelu klasycznym?

- Rzucamy symetryczną monetą i symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek od 1 do 6. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyrzucimy orła i 5 oczek?
- Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , że suma wyrzuconych oczek jest podzielna przez 5.
- W urnie mamy 9 kul czarnych i 3 kule białe. Losujemy dwa razy po jednej kuli bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , że zostaną wylosowane dwie kule czarne?

Pytanie 71. (Tier S, 1-2 pkt na 100%)

Czy umiesz obliczać **medianę i dominantę**?

- Wyznacz medianę i dominantę zbioru danych: $\{3, 3, 5, 7, 3, 7, 4\}$
- W tabeli przedstawiono ile w pewnej szkole jest klas z podaną liczbą uczniów:

Liczba uczniów w klasie:	25	26	27	28	29	30
Liczba klas:	4	5	6	1	1	1

Oblicz medianę i dominantę liczby uczniów w klasach.

Pytanie 72. (Tier S, 1 pkt na 100%)

Czy umiesz obliczać **średnią arytmetyczną i ważoną**?

- Wyznacz x , dla którego średnia arytmetyczna liczb: 2, 3, x , 5 jest równa 5.
- W pewnej klasie średnia ocen z matematyki wśród 12 dziewcząt wynosi 4,5, a wśród 8 chłopców wynosi 3,5. Oblicz średnią ocen z matematyki w całej klasie.