

Matura próbna z Matematyką - luty 2026

Zadanie 1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{(5\sqrt{2} + \sqrt{18})^2}{4^4 \cdot 8^8}$ jest równa

A. 2^{-30}

B. 2^{-25}

C. 2^{-15}

D. 2^{-10}

Zadanie 2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_5 105 - 3 \log_5 \sqrt[3]{21}$ jest równa

A. -1

B. 0

C. 1

D. $\log_5 \frac{105}{\sqrt[3]{21}}$

Zadanie 3. (1 pkt)

Dane są liczby $a = |1 + \sqrt{2}|$ oraz $b = |1 - \sqrt{2}|$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba $a + b$ jest liczbą całkowitą.	P	F
Liczba $a \cdot b$ jest liczbą całkowitą.	P	F

Zadanie 4. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$\frac{2-x}{4} > x - \frac{1}{2}$$

jest przedział

A. $\left(-\infty, \frac{4}{5}\right)$

B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$

C. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

D. $\left(\frac{4}{5}, +\infty\right)$

Zadanie 5. (3 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej a , która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, oraz dla każdej liczby całkowitej b , która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 5, liczba $a^2 + 2b^2 + 2$ jest podzielna przez 7.

Zadanie 6. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna wszystkich rozwiązań równania $(2x + 2)(3x - 6)(5x + 15) = 0$ jest równa

A. $\left(-\frac{2}{3}\right)$

B. $\left(-\frac{1}{3}\right)$

C. 0

D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 7. (2 pkt)

Serwis streamingowy wypłacił dwóm artystom łącznie 180 000 złotych za odtworzenia ich utworów 2024 roku. W roku 2025 wynagrodzenie jednego artysty wzrosło o 20%, drugiego spadło o 30%, ale ich łączne wynagrodzenie wyniosło tyle samo co w roku poprzednim.

Oblicz, jakie wynagrodzenia otrzymali obaj artyści w 2025 roku. Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność

$$x(x + 11) \leq x - 25$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (3 pkt)

Rozwiąż równanie

$$\frac{x}{2x - 1} = 1 - \frac{3 - x}{3 + x}$$

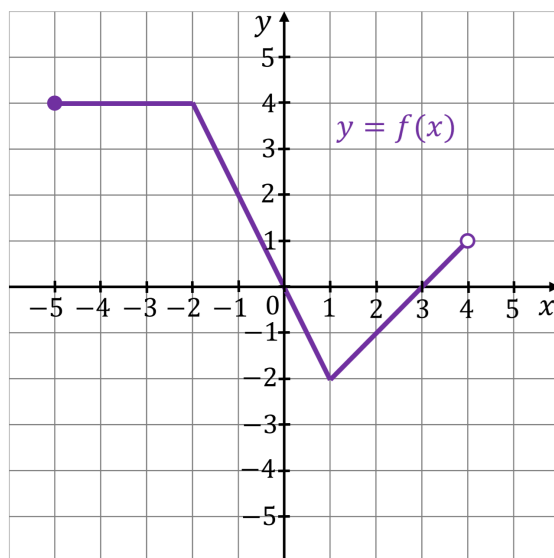
Zapisz konieczne założenie i obliczenia.

Zadanie 10. (4 pkt)

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{dla } x \in [-5, -2) \\ -2x & \text{dla } x \in [-2, 1] \\ x - \frac{5}{2} & \text{dla } x \in (1, 4) \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedzina funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f jest stała, jest przedział
3. Suma miejsc zerowych funkcji f jest równa
4. Liczba rozwiązań równania $f(x) = -1$, (3) jest równa

Zadanie 11. (1 pkt)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (10 - 2k)x + \frac{k}{5}$, gdzie k jest liczbą rzeczywistą. Funkcja f jest malejąca.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k należy do przedziału

- A. $(-\infty, -5)$ B. $(-5, 5)$ C. $\left(-\frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$ D. $(5, +\infty)$

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola, której osią symetrii jest prosta $x = 2$. Ta parabola przechodzi przez punkt o współrzędnych $(5, 0)$. Największa wartość jaką osiąga funkcja f na przedziale $\langle 0, 2 \rangle$ jest równa 1.

Zadanie 12.1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f ma współrzędne:

A. $(2, 0)$

B. $(2, 1)$

C. $(1, 2)$

D. $(0, 1)$

Zadanie 12.2. (1 pkt)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Suma miejsc zerowych funkcji f jest równa 6.	P	F
Istnieje taki argument ujemny dla którego funkcja f przyjmuje wartość dodatnią.	P	F

Zadanie 12.3. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej, to:

A. $f(x) = -\frac{1}{9}(x - 2)^2 + 1$

B. $f(x) = \frac{1}{9}(x - 2)^2 + 1$

C. $f(x) = -\frac{1}{9}(x + 2)^2 + 1$

D. $f(x) = \frac{1}{9}(x + 2)^2 - 1$

Zadanie 13.

Funkcja wykładnicza f jest określona wzorem $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2$ dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x .

Zadanie 13.1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f przyjmuje dla argumentu (-2) wartość:

A. $\frac{7}{3}$

B. $\frac{19}{9}$

C. 5

D. 11

Zadanie 13.2. (1 pkt)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja $g(x) = f(x - 3)$ ma miejsce zerowe.	P	F
Funkcja $g(x) = f(x) - 3$ ma miejsce zerowe.	P	F

Zadanie 14. (1 pkt)

Ciąg (a_n) jest określony następująco:

$$\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = n^2 + a_n \end{cases}$$

dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma trzech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa

- [illegible]

Zadanie 15. (1 pkt)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_4 = \sqrt{2}$ oraz $a_8 = 5\sqrt{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Szósty wyraz ciągu (a_n) jest równy

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 16. (2 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla którego trzywyrazowy ciąg

$$(2m-1, m, 2m+1)$$

jest geometryczny. Zapisz obliczenia.

Zadanie 17. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt α jest ostry i spełnia warunek

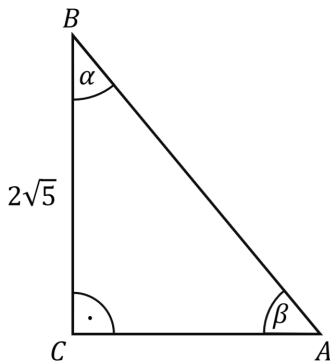
$$\operatorname{tg} \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{3 \cos \alpha} + \sin^2 \alpha - 1$$

Sinus kąta α jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Zadanie 18.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o kątach ostrych α i β oraz boku BC długości $2\sqrt{5}$ (zobacz rysunek). Cosinus kąta β jest równy $\frac{2}{3}$.

**Zadanie 18.1. (1 pkt)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{6}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Zadanie 18.2. (2 pkt)

Oblicz obwód okręgu opisanego na trójkącie ABC . Zapisz obliczenia.

Zadanie 19. (1 pkt)

Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny ABC jest równe 36π .

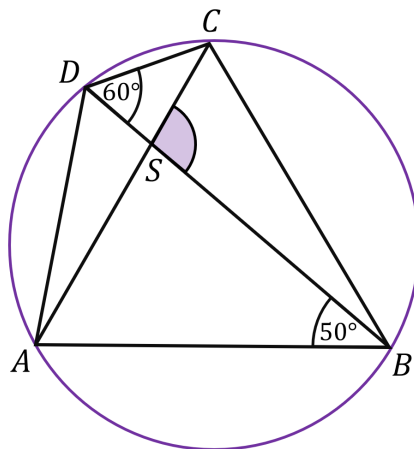
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABC jest równe

- A. $27\sqrt{3}$ B. $54\sqrt{3}$ C. $108\sqrt{3}$ D. $216\sqrt{3}$

Zadanie 20.

Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg. Przekątne czworokąta $ABCD$ przecinają się w punkcie S . Kąt ABD ma miarę 50° , a kąt BDC ma miarę 60° (zobacz rysunek).



Zadanie 20.1. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta BSC jest równa

A. 100°

B. 110°

C. 120°

D. 130°

Zadanie 20.2. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeżeli promień okręgu opisanego na czworokącie $ABCD$ ma długość r , to wówczas długość łuku BC jest równa

A. $\frac{55}{360} \cdot 2\pi r$

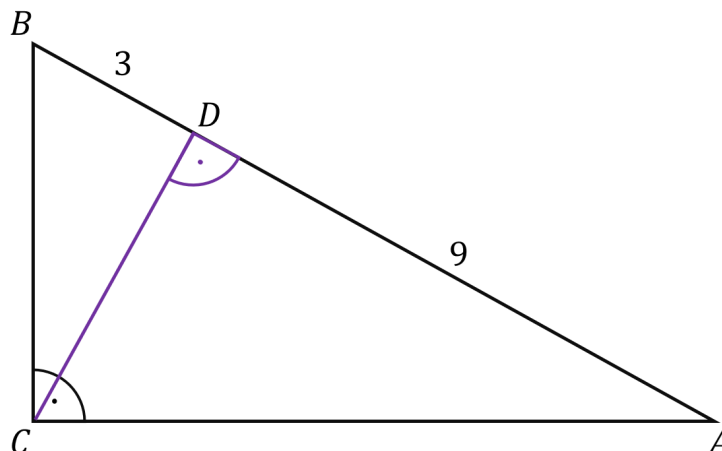
B. $\frac{60}{360} \cdot 2\pi r$

C. $\frac{110}{360} \cdot 2\pi r$

D. $\frac{120}{360} \cdot 2\pi r$

Zadanie 21. (2 pkt)

W trójkącie prostokątnym ABC poprowadzono wysokość CD z wierzchołka kąta prostego, która podzieliła przeciwprostokątną BC na odcinki długości 9 i 3 (zobacz rysunek).



Oblicz pole i obwód trójkąta ABC . Zapisz obliczenia.

Zadanie 22. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k : y = (2m + 1)x + m$$

$$l : y = (m^2 + 1)x - m$$

Proste k oraz l nie mają punktów wspólnych, gdy liczba m jest równa

A. (-2)

B. 0

C. 1

D. 2

Zadanie 23. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są cztery okręgi: o_1, o_2, o_3, o_4 , o równaniach:

$$o_1 : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$$

$$o_2 : (x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 8$$

$$o_3 : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

$$o_4 : (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 10$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okręgiem, który ma dokładnie 3 punkty wspólne z osiami układu współrzędnych (x, y) , jest

A. o_1

B. o_2

C. o_3

D. o_4

Zadanie 24. (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są dwa punkty $A = (1, 0)$ oraz $B = (-2, 1)$, które są wierzchołkami rombu $ABCD$. Oś symetrii rombu $ABCD$ jest oś OX układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego rombu jest równe

A. 6

B. 9

C. 12

D. 18

Zadanie 25. (4 pkt)

Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α , takim, że $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 26. (1 pkt)

Tworząca stożka ma długość 10. Kąt rozwarcia stożka ma miarę 90° .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego stożka jest równa

A. $250\sqrt{2}\pi$

B. $\frac{250\sqrt{2}}{3}\pi$

C. $\frac{500\sqrt{2}}{3}\pi$

D. $500\sqrt{2}\pi$

Zadanie 27. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych podzielnych przez 5, w zapisie których cyfry nie powtarzają się jest

A. $2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

B. $2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7$

C. $9 \cdot 8 \cdot 7 + 8 \cdot 7 \cdot 6$

D. $9 \cdot 8 \cdot 7 + 8 \cdot 8 \cdot 7$

Zadanie 28. (1 pkt)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od 1 do 6. Zdarzenie A polega na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest równy 8. Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{216}$

B. $\frac{6}{216}$

C. $\frac{7}{216}$

D. $\frac{8}{216}$

Zadanie 29. (1 pkt)

Program komputerowy wykonał 99 losowań liczb, za każdym razem losując jedną liczbę ze zbioru $\{0, 1, 2, 3\}$. Wyniki losowań zebrano w tabeli:

Cyfra	0	1	2	3
Liczba wystąpień danej cyfry	24	27	26	22

Mediana zbioru wylosowanych liczb jest równa

A. 1

B. 1,5

C. 2

D. 2,5

Zadanie 30. (1 pkt)

W wyniku przeprowadzonej analizy pewnego przedsiębiorstwa ustalono, że zysk z produkcji jest zależny od liczby zatrudnionych pracowników i wyraża się następującym wzorem:

$$Z(x) = \frac{17}{29}x(130 - x)$$

gdzie:

x - liczba zatrudnionych pracowników

Z - miesięczny zysk z produkcji przedsiębiorstwa

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miesięczny zysk z produkcji przedsiębiorstwa będzie największy, jeżeli liczba zatrudnionych pracowników wyniesie

A. 58

B. 65

C. 70

D. 87