

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

PESEL

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **7 maja 2020 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-202

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wielomian W określony wzorem $W(x) = x^{2019} - 3x^{2000} + 2x + 6$

- A. jest podzielny przez $(x-1)$ i z dzielenia przez $(x+1)$ daje resztę równą 6.
- B. jest podzielny przez $(x+1)$ i z dzielenia przez $(x-1)$ daje resztę równą 6.
- C. jest podzielny przez $(x-1)$ i jest podzielny przez $(x+1)$.
- D. nie jest podzielny ani przez $(x-1)$, ani przez $(x+1)$.

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{3n^2 + 7n - 5}{11 - 5n + 5n^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Granica tego ciągu jest równa

- A. 3
- B. $\frac{1}{5}$
- C. $\frac{3}{5}$
- D. $-\frac{5}{11}$

Zadanie 3. (0–1)

Mamy dwie urny. W pierwszej są 3 kule białe i 7 kul czarnych, w drugiej jest jedna kula biała i 9 kul czarnych. Rzucamy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek, od jednego oczka do sześciu oczek. Jeśli w wyniku rzutu otrzymamy ściankę z jednym oczkiem, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym przypadku – losujemy jedną kulę z drugiej urny. Wtedy prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

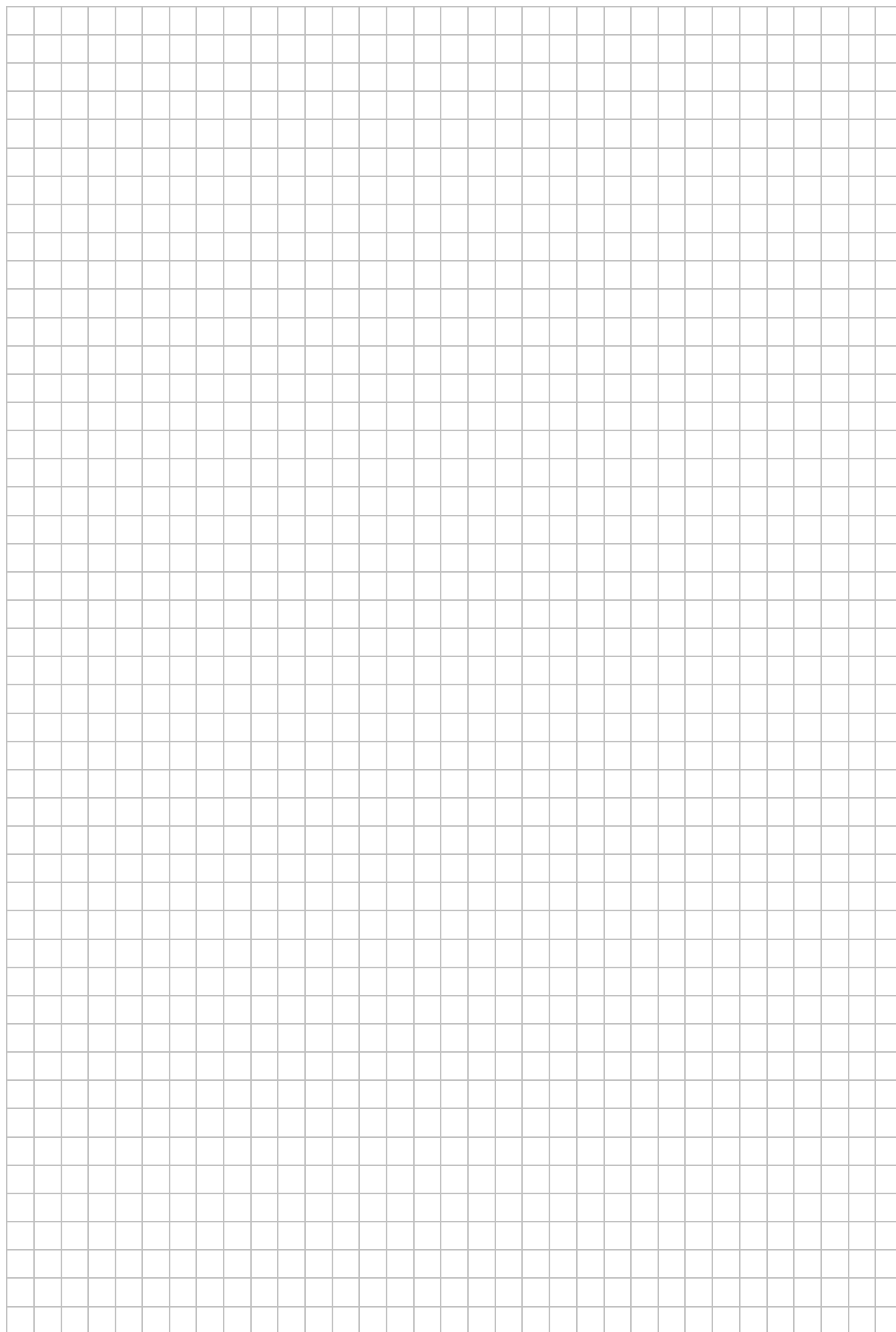
- A. $\frac{2}{15}$
- B. $\frac{1}{5}$
- C. $\frac{4}{5}$
- D. $\frac{13}{15}$

Zadanie 4. (0–1)

Po przekształceniu wyrażenia algebraicznego $(x\sqrt{2} + y\sqrt{3})^4$ do postaci $ax^4 + bx^3y + cx^2y^2 + dxy^3 + ey^4$ współczynnik c jest równy

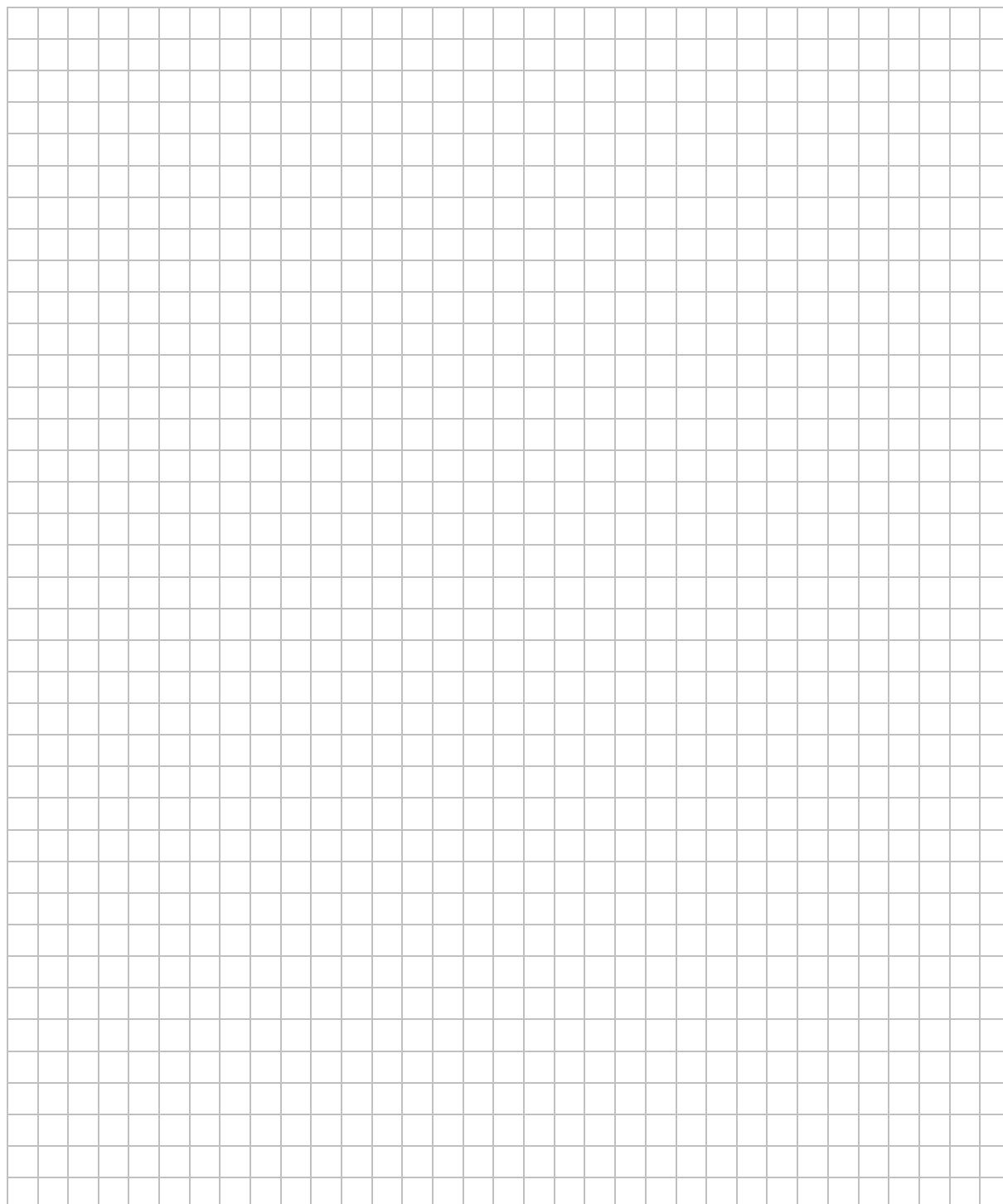
- A. 6
- B. 36
- C. $8\sqrt{6}$
- D. $12\sqrt{6}$

BRUDNOPIS



Zadanie 6. (0–3)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których równanie $|x-5|=(a-1)^2-4$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

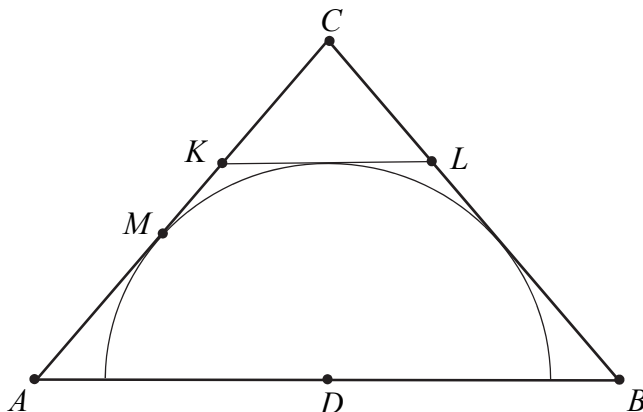


Odpowiedź:

| | | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 5. | 6. |
| | Maks. liczba pkt | 2 | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

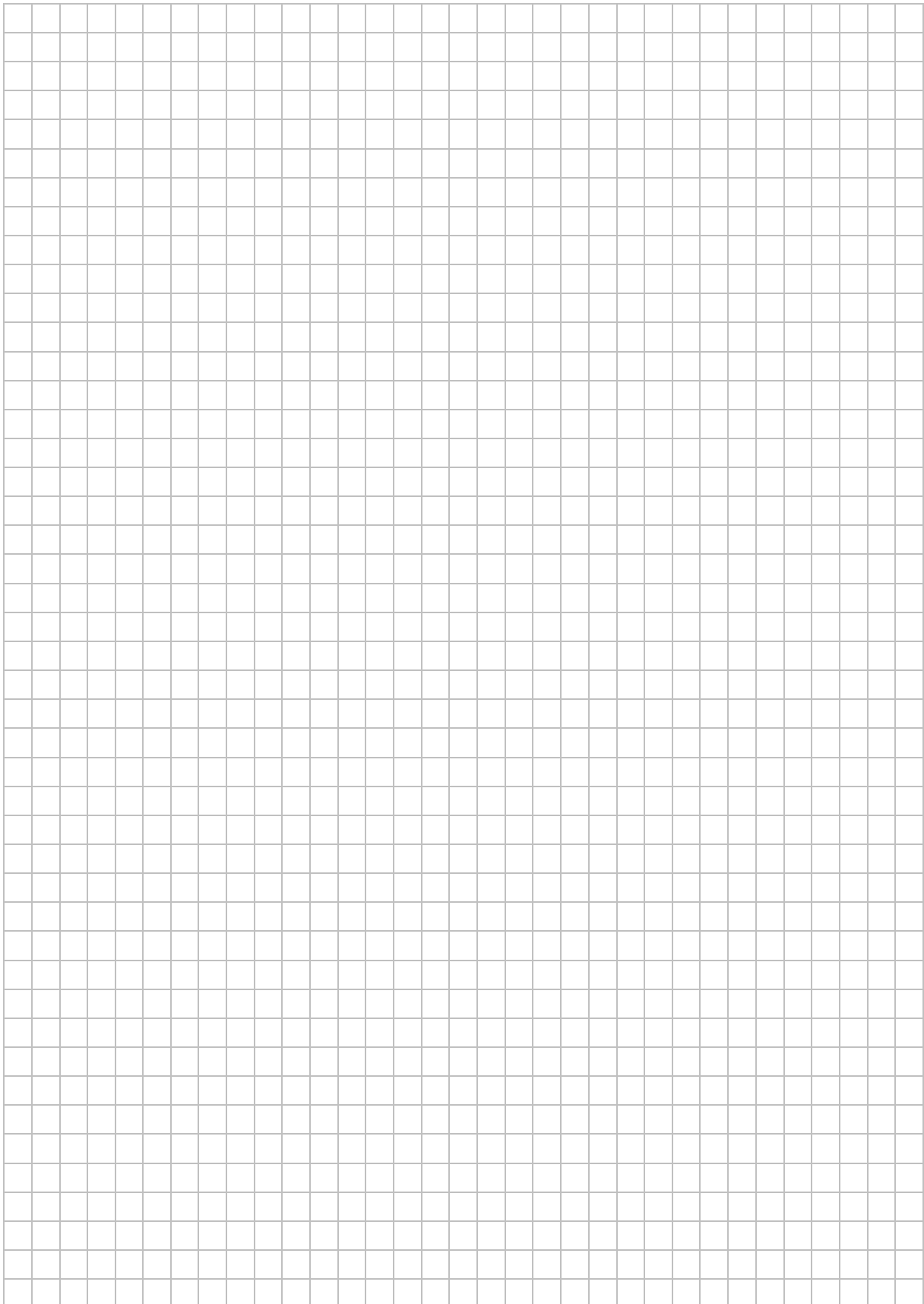
Zadanie 7. (0–3)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC| = 6$, a punkt D jest środkiem podstawy AB . Okrąg o środku D jest styczny do prostej AC w punkcie M . Punkt K leży na boku AC , punkt L leży na boku BC , odcinek KL jest styczny do rozważanego okręgu oraz $|KC| = |LC| = 2$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $\frac{|AM|}{|MC|} = \frac{4}{5}$.

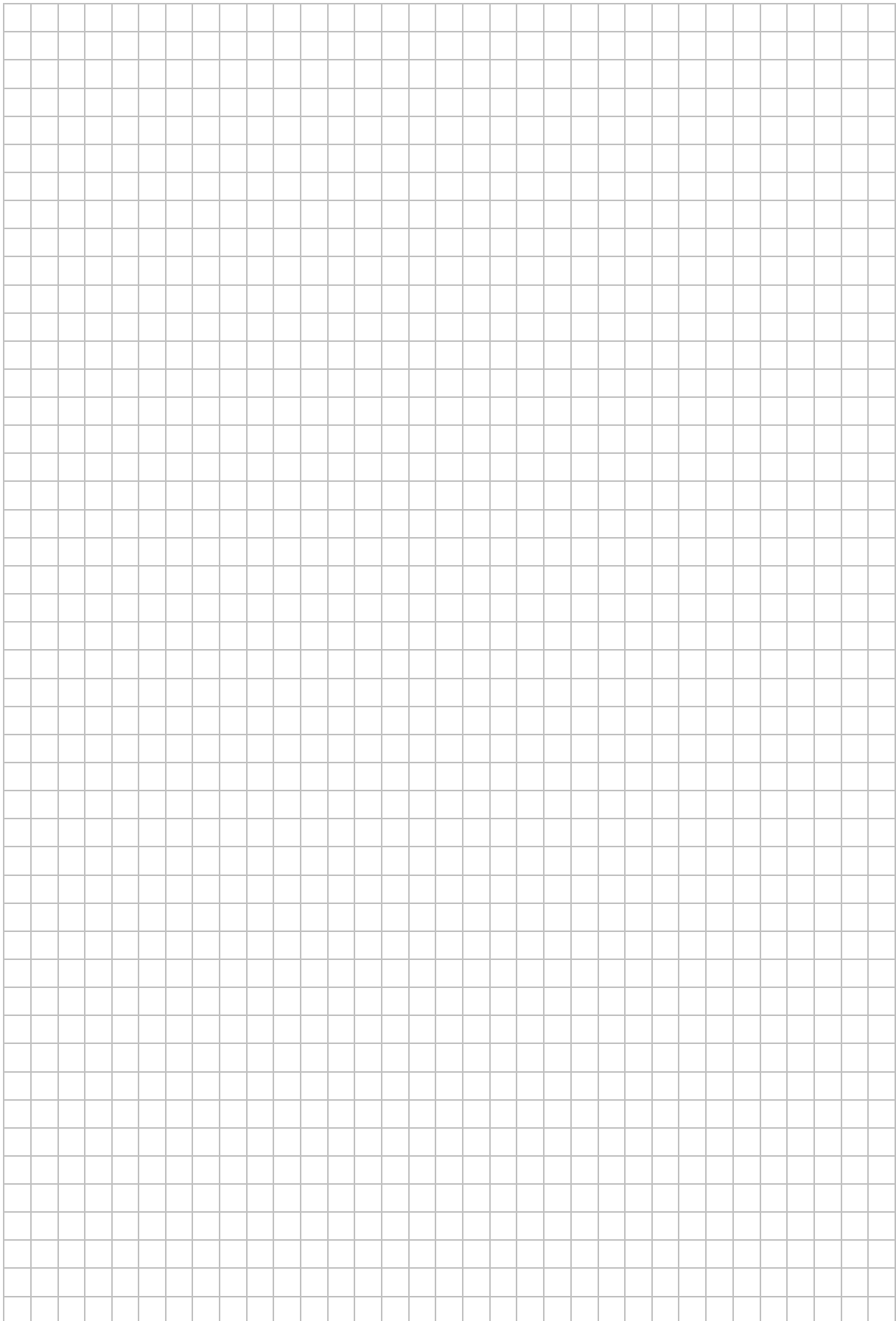


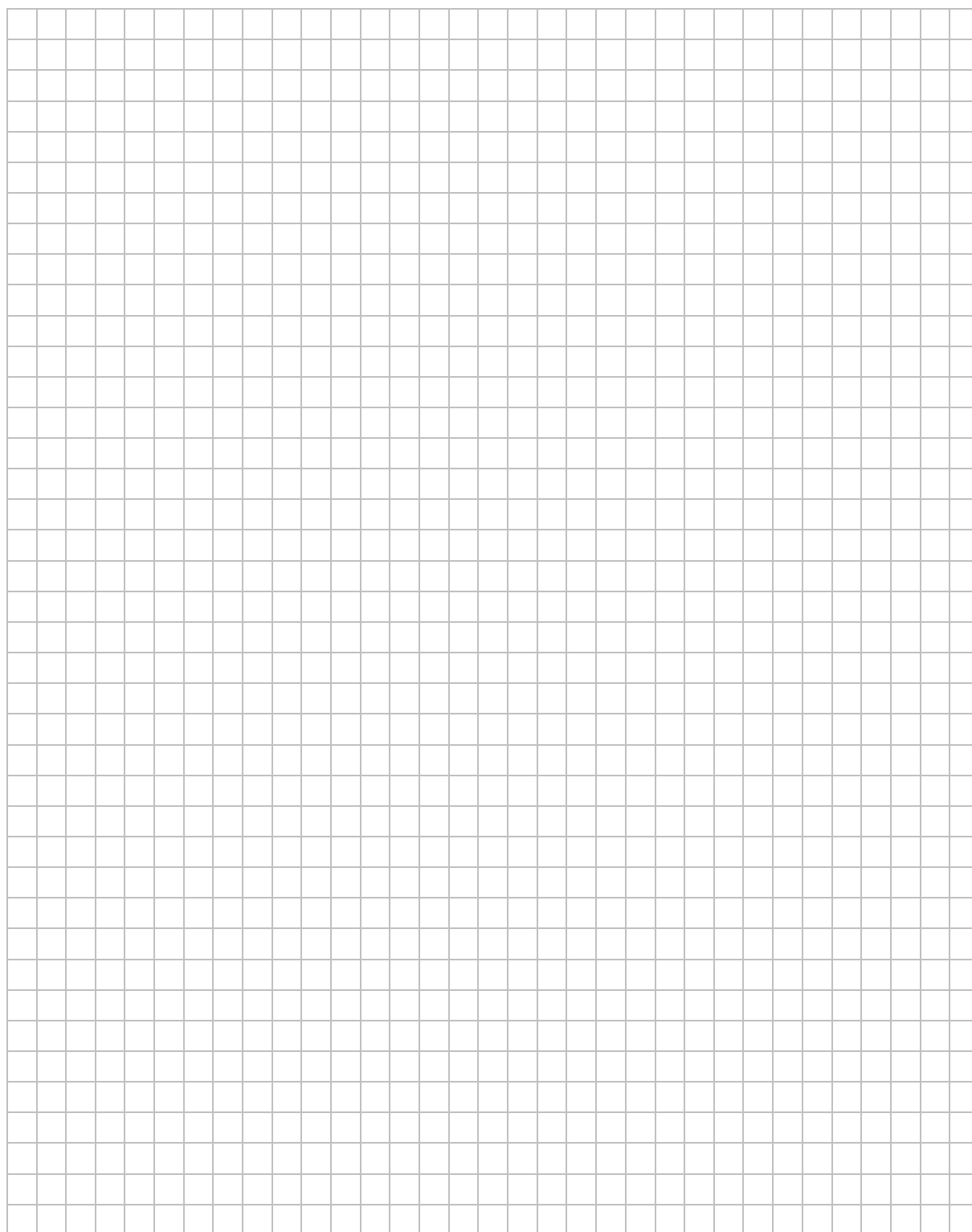


| | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 7. |
| | Maks. liczba pkt | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 8. (0–3)

Liczby dodatnie a i b spełniają równość $a^2 + 2a = 4b^2 + 4b$. Wykaż, że $a = 2b$.



Zadanie 9. (0–4)Rozwiąż równanie $3 \cos 2x + 10 \cos^2 x = 24 \sin x - 3$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

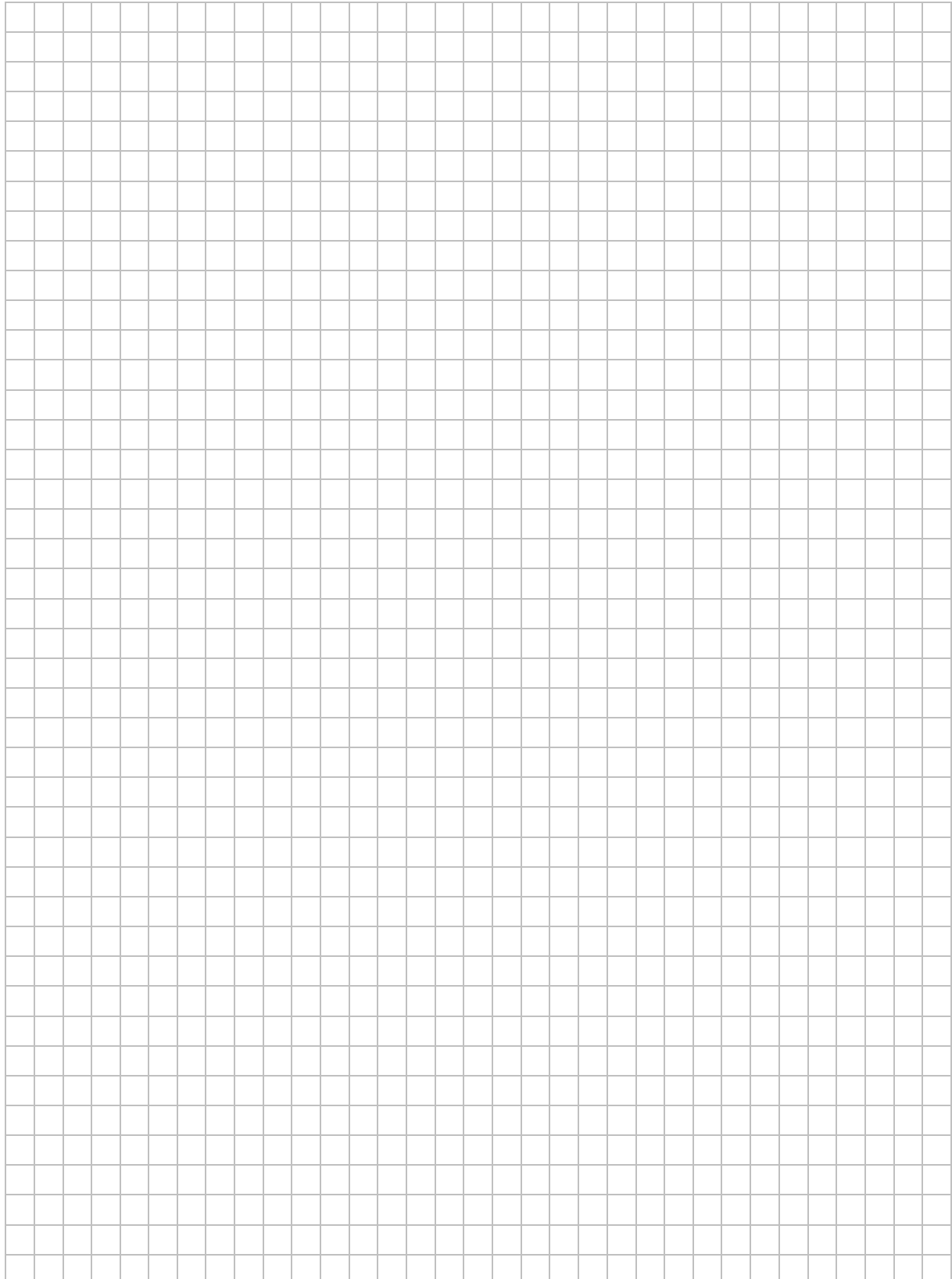
Odpowiedź:

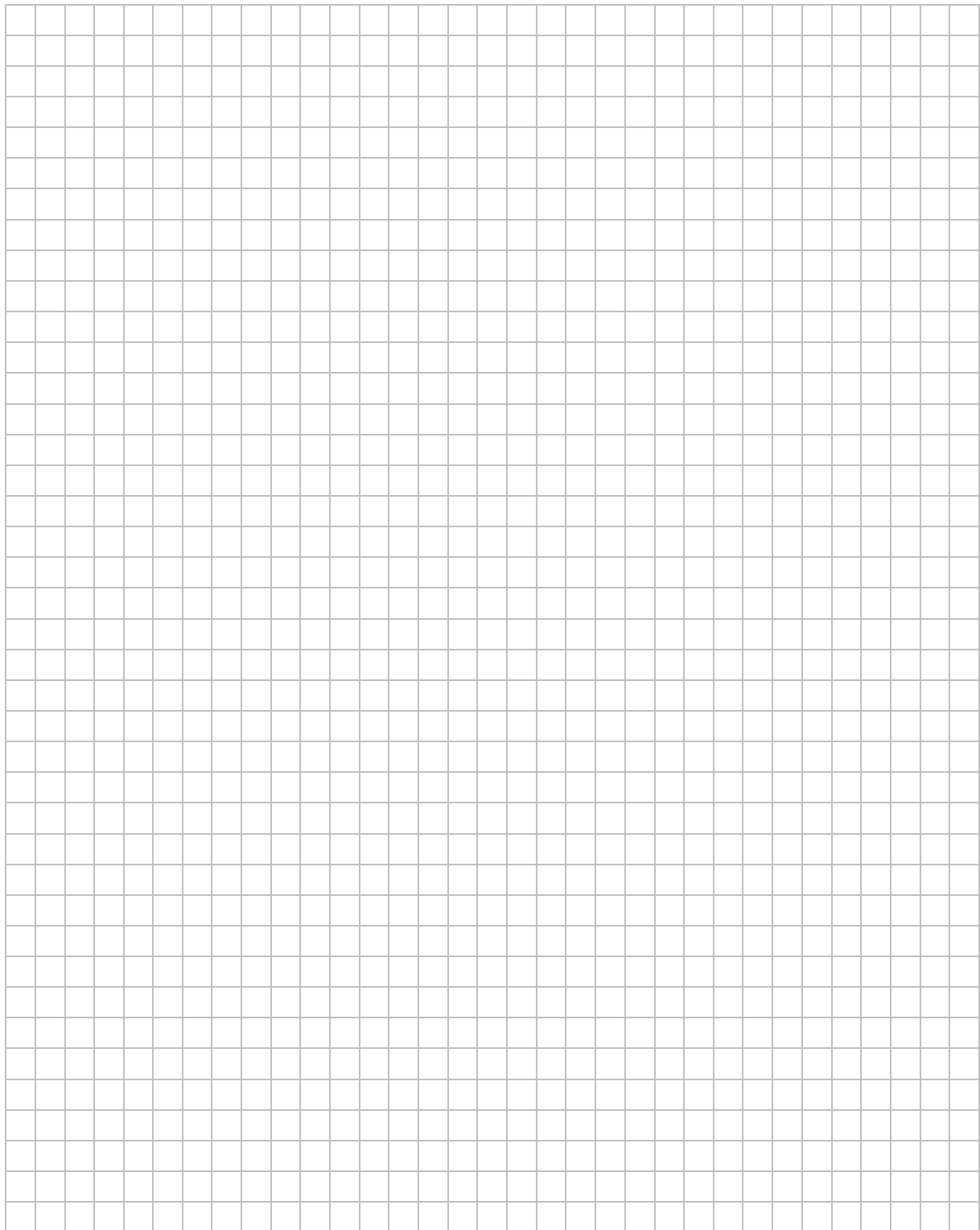
| | | | |
|-------------------------|---------------------|----|----|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 8. | 9. |
| | Maks. liczba pkt | 3 | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

Zadanie 10. (0–5)

W trzywyrazowym ciągu geometrycznym (a_1, a_2, a_3) spełniona jest równość $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{21}{4}$.

Wyrazy a_1, a_2, a_3 są – odpowiednio – czwartym, drugim i pierwszym wyrazem rosnącego ciągu arytmetycznego. Oblicz a_1 .





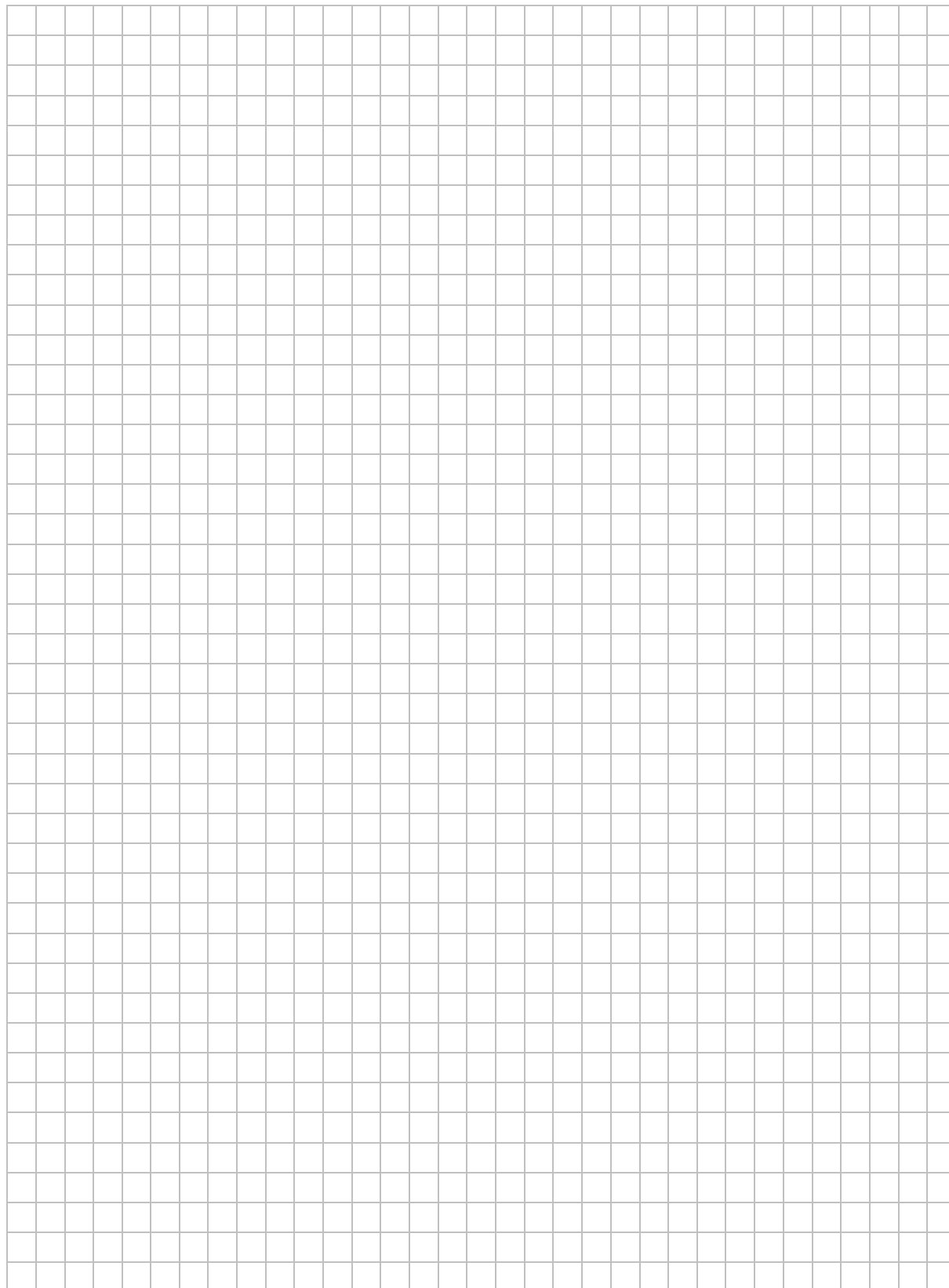
Odpowiedź:

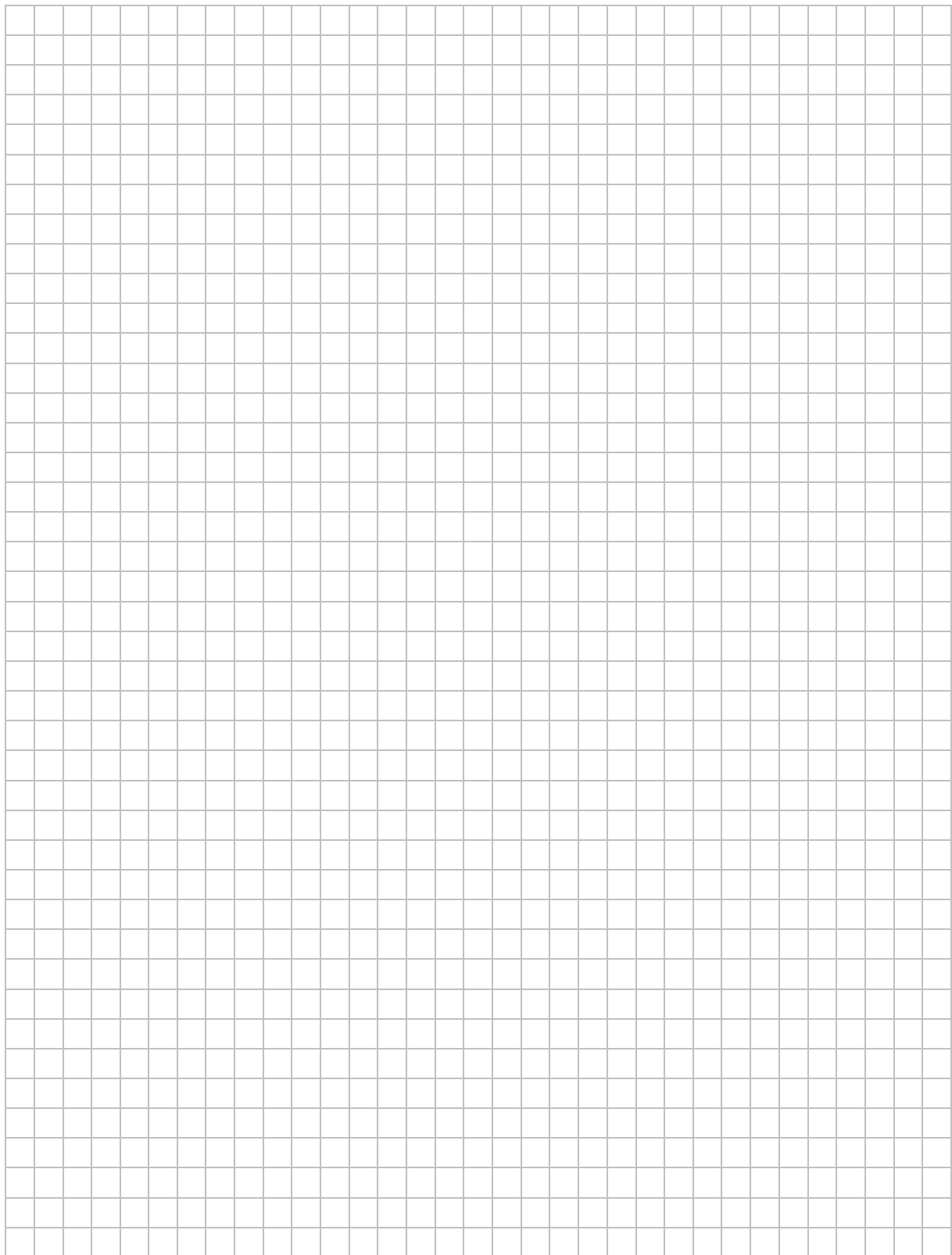
| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 10. |
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 11. (0–4)

Dane jest równanie kwadratowe $x^2 - (3m + 2)x + 2m^2 + 7m - 15 = 0$ z niewiadomą x . Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których różne rozwiązania x_1 i x_2 tego równania istnieją i spełniają warunek

$$2x_1^2 + 5x_1x_2 + 2x_2^2 = 2.$$



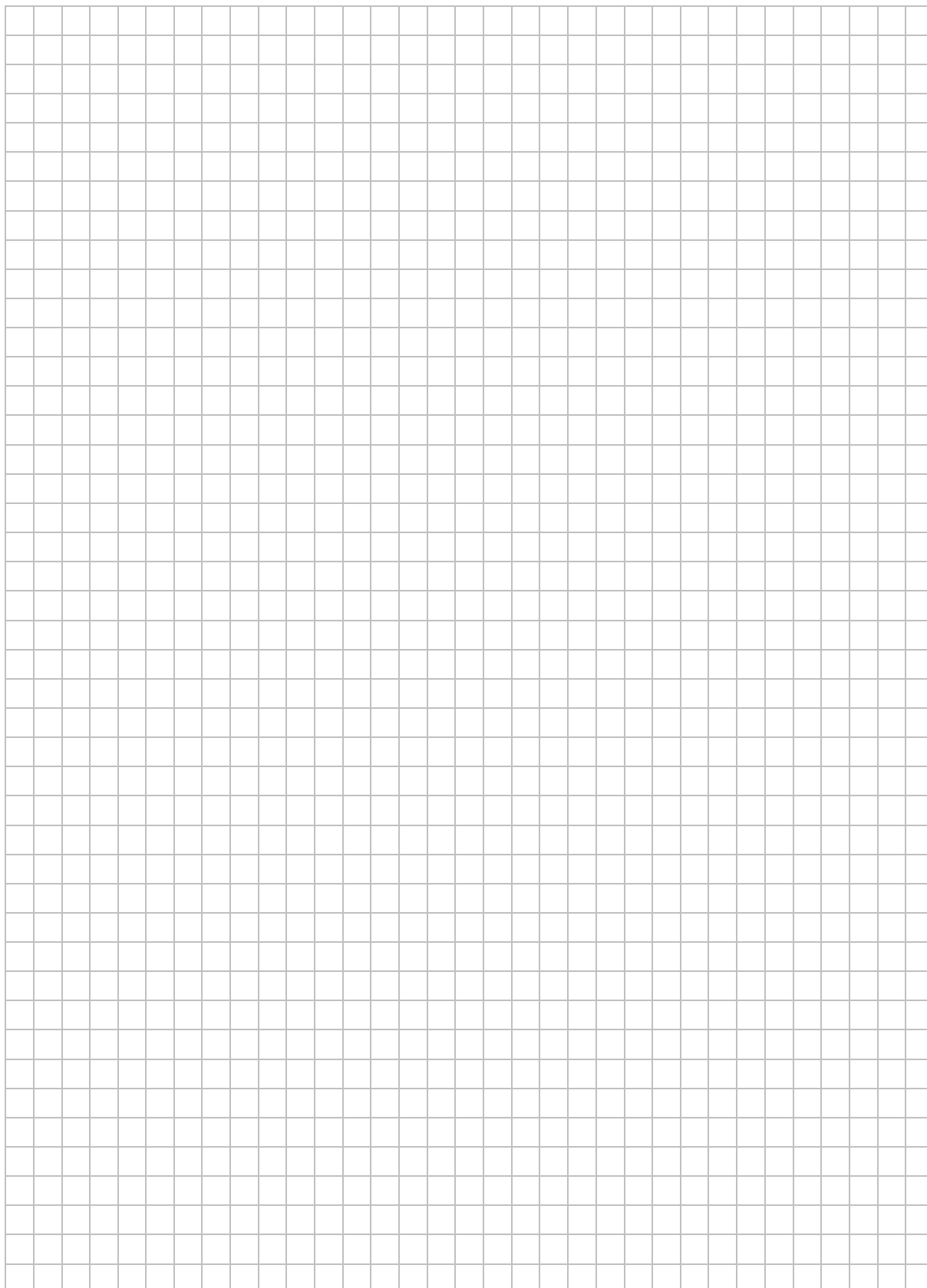


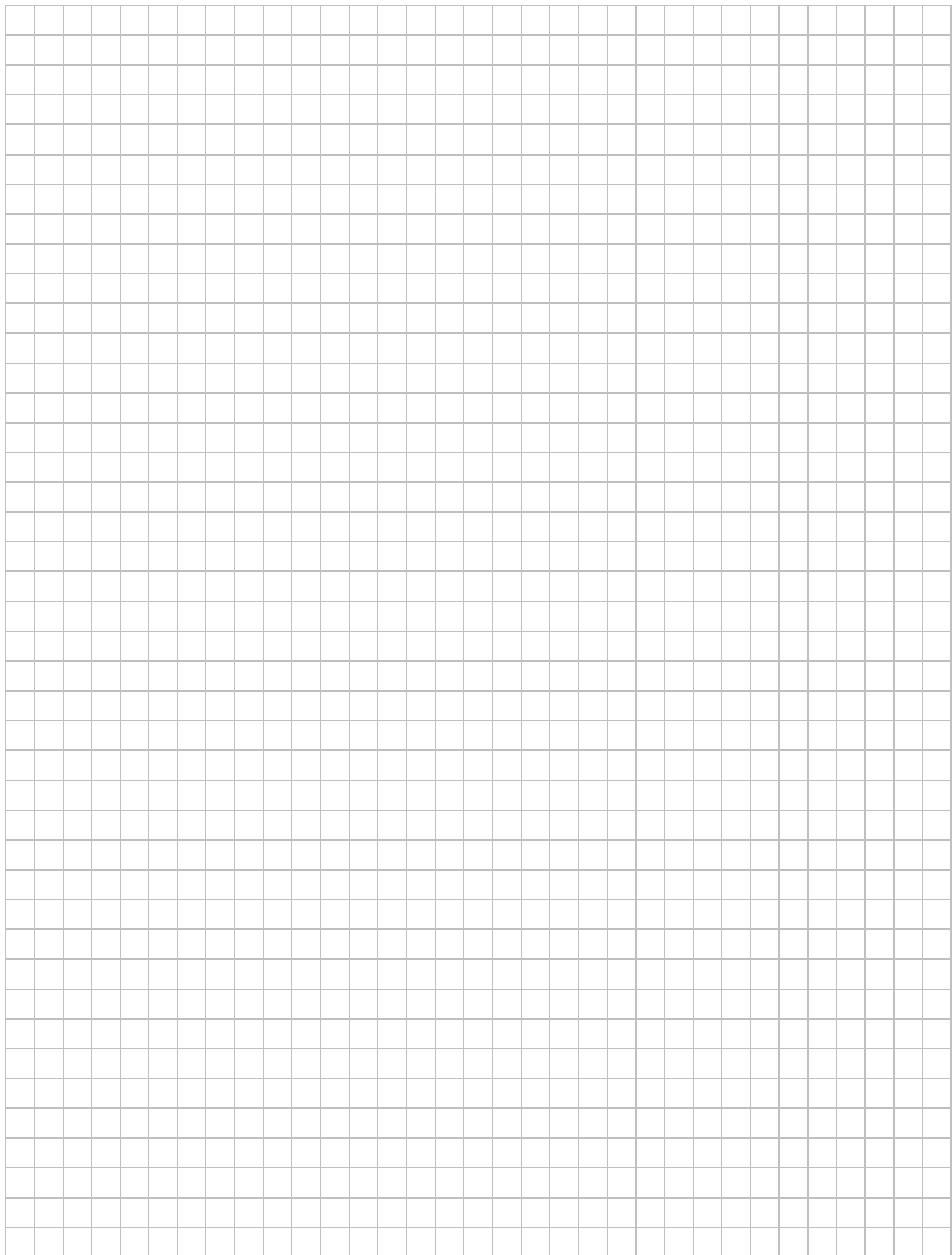
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 11. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 12. (0–5)

Prosta o równaniu $x + y - 10 = 0$ przecina okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 8 = 0$ w punktach K i L . Punkt S jest środkiem cięciwy KL . Wyznacz równanie obrazu tego okręgu w jednokładności o środku S i skali $k = -3$.



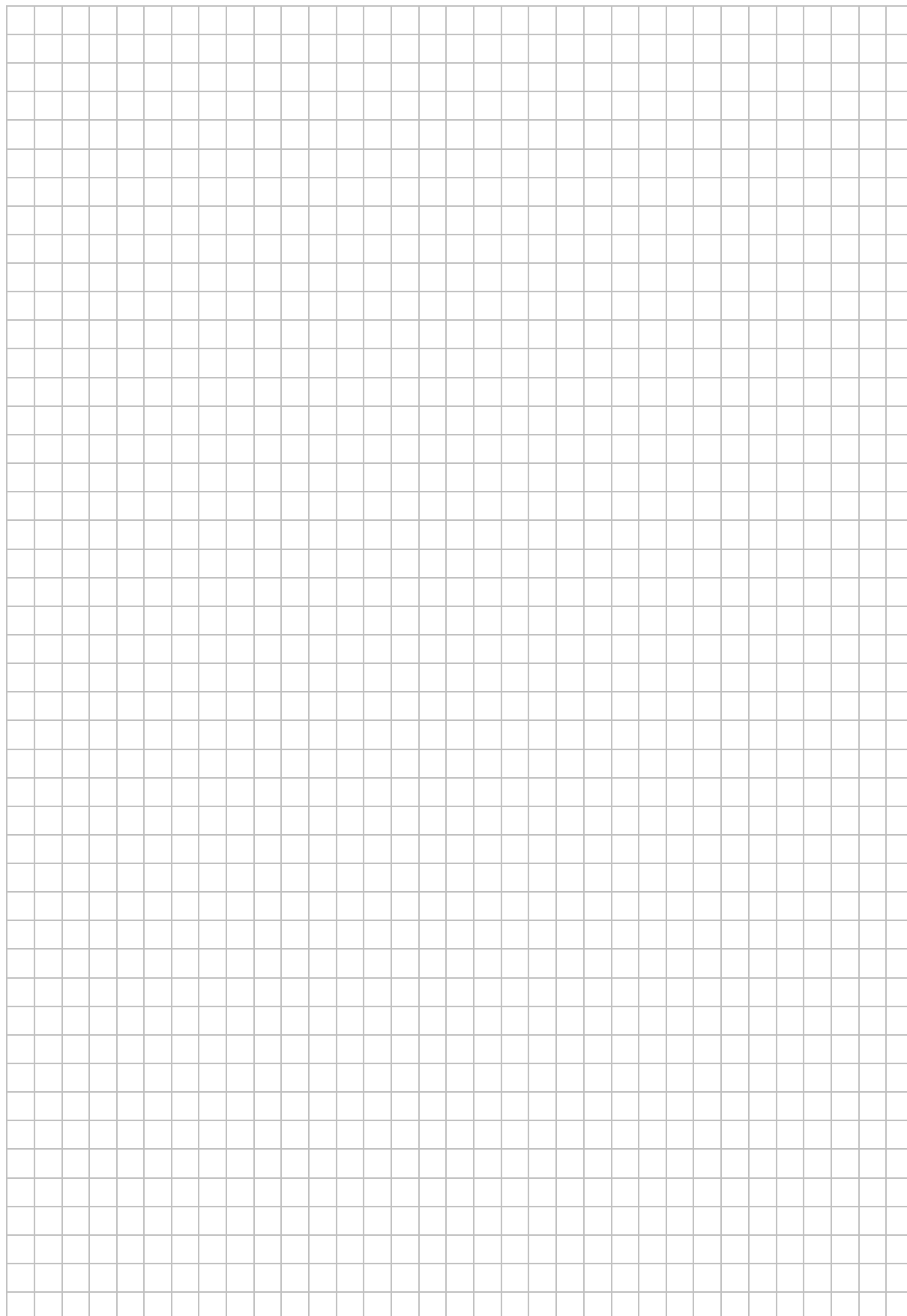


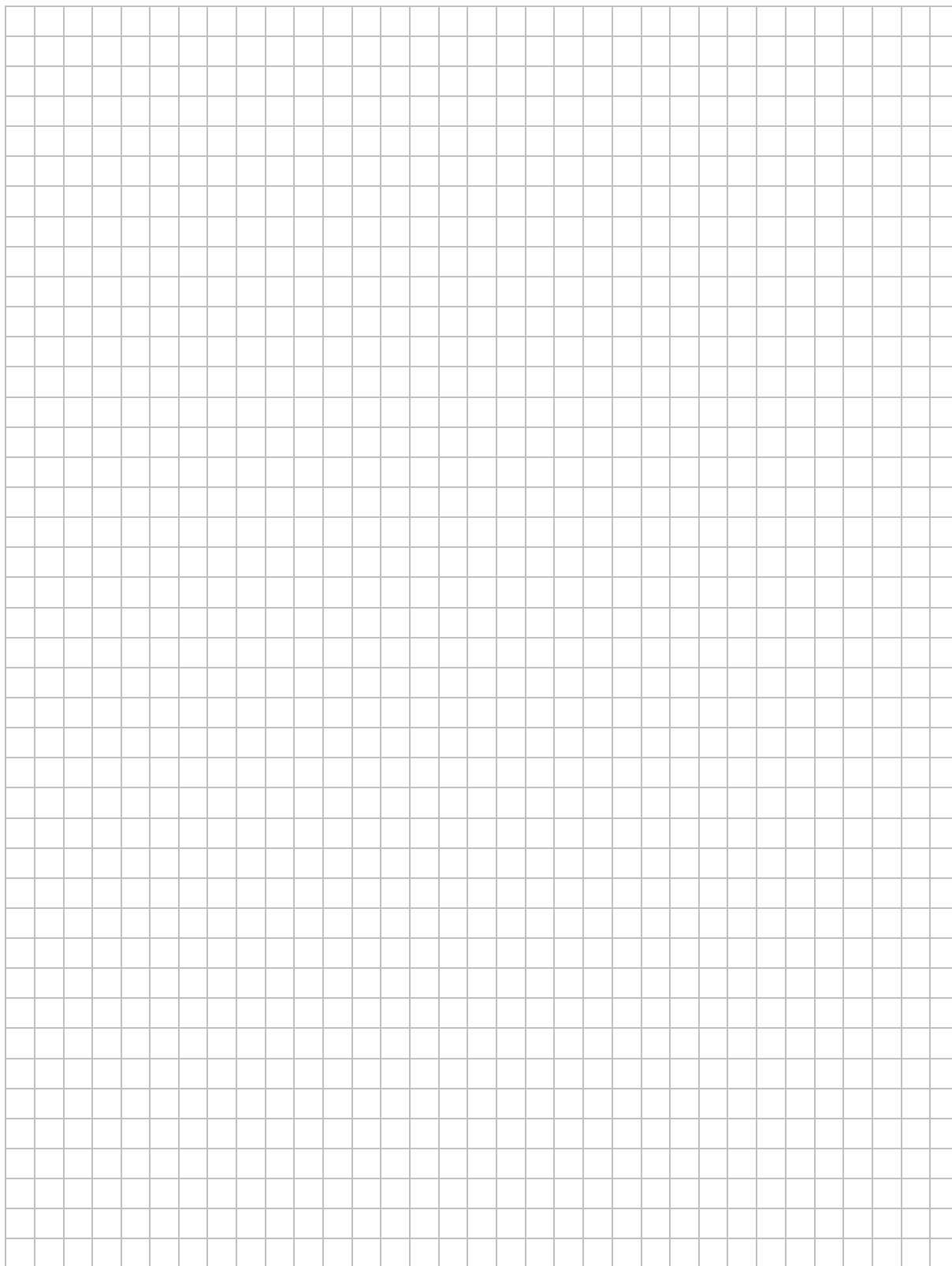
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 12. |
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 13. (0–4)

Oblicz, ile jest wszystkich siedmiocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie trzy cyfry 1 i dokładnie dwie cyfry 2.



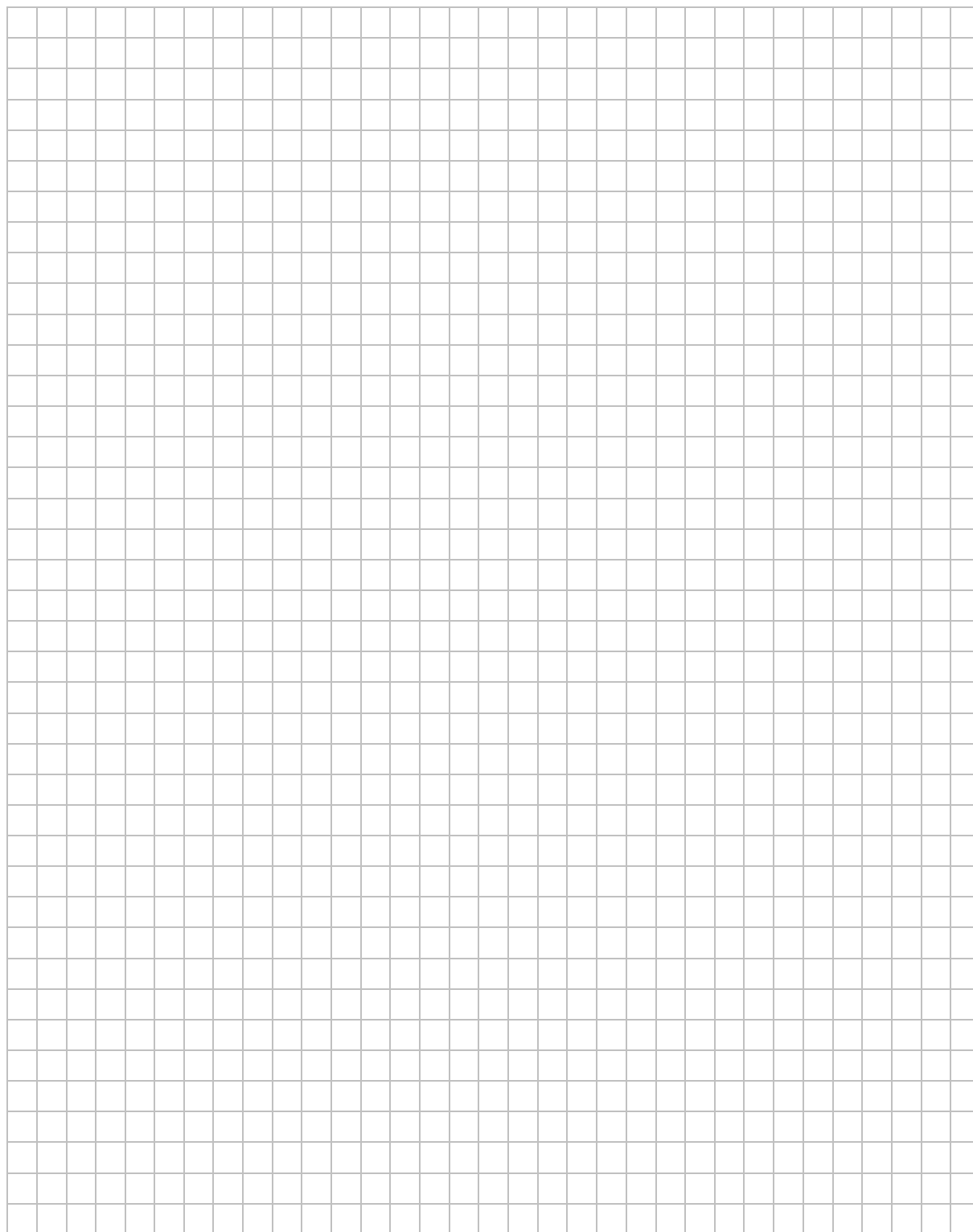


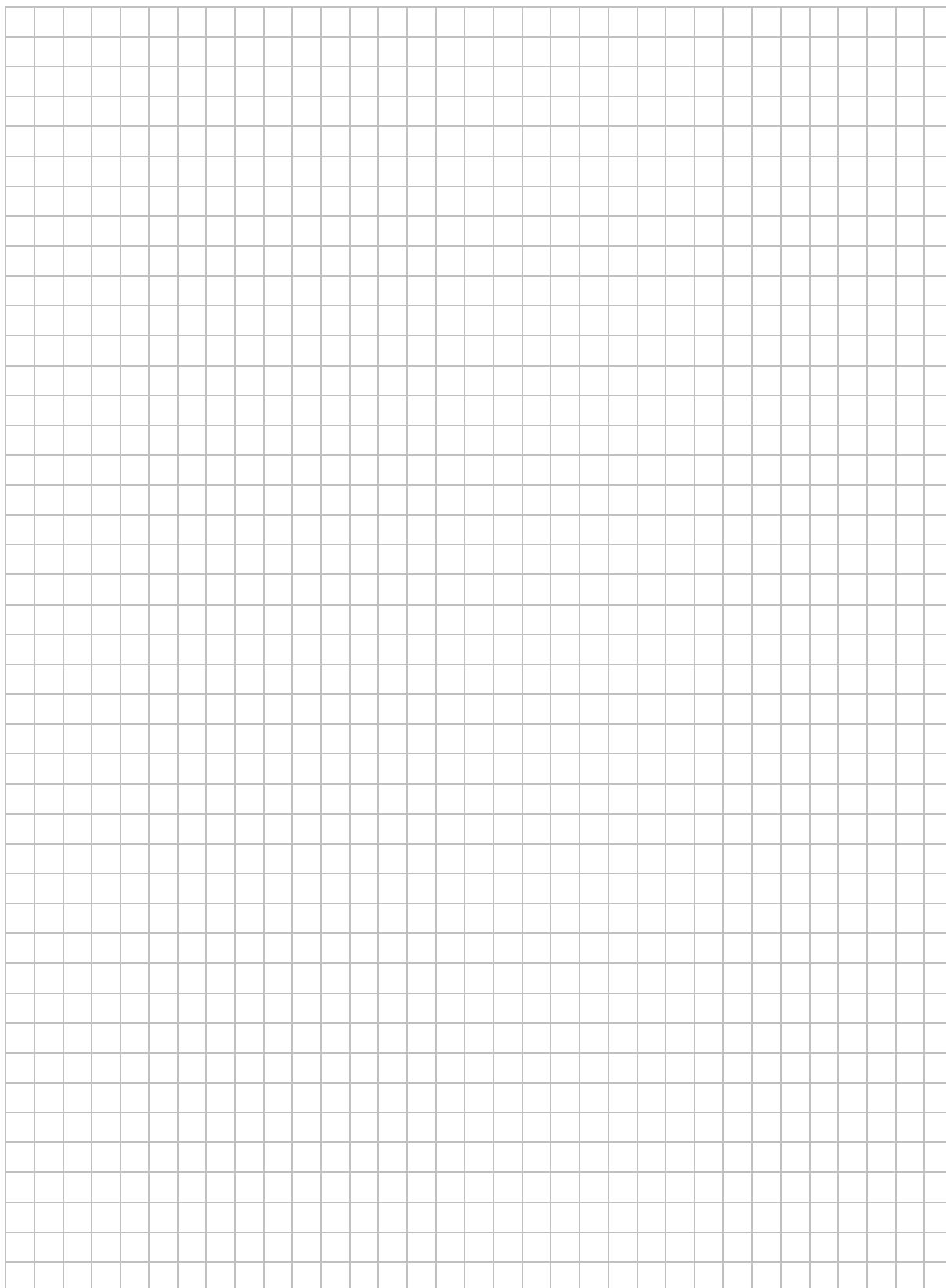
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 13. |
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 14. (0–6)

Podstawą ostrosłupa czworokątnego $ABCDS$ jest trapez $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Ramiona tego trapezu mają długości $|AD|=10$ i $|BC|=16$, a miara kąta ABC jest równa 30° . Każda ściana boczna tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α , taki, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{9}{2}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



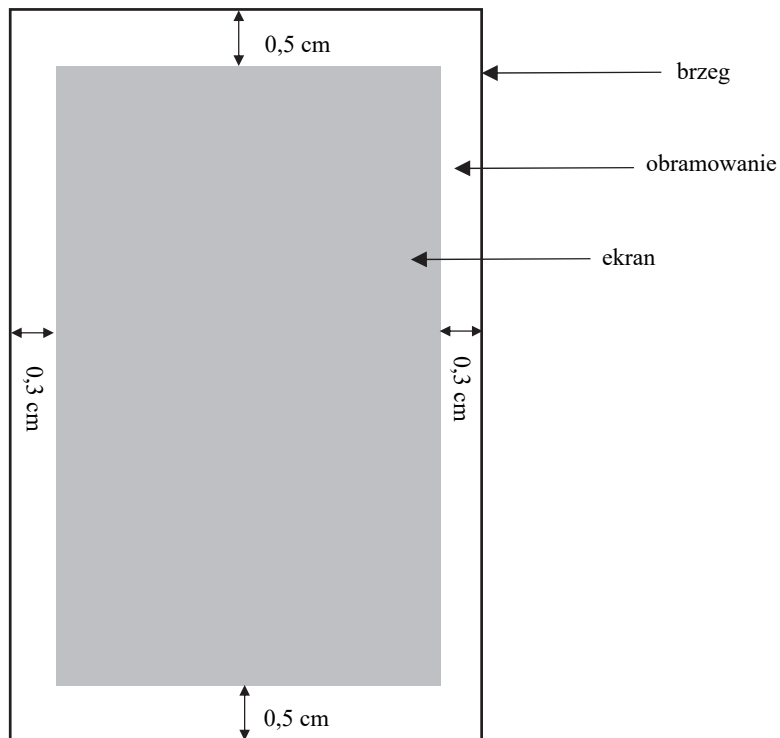


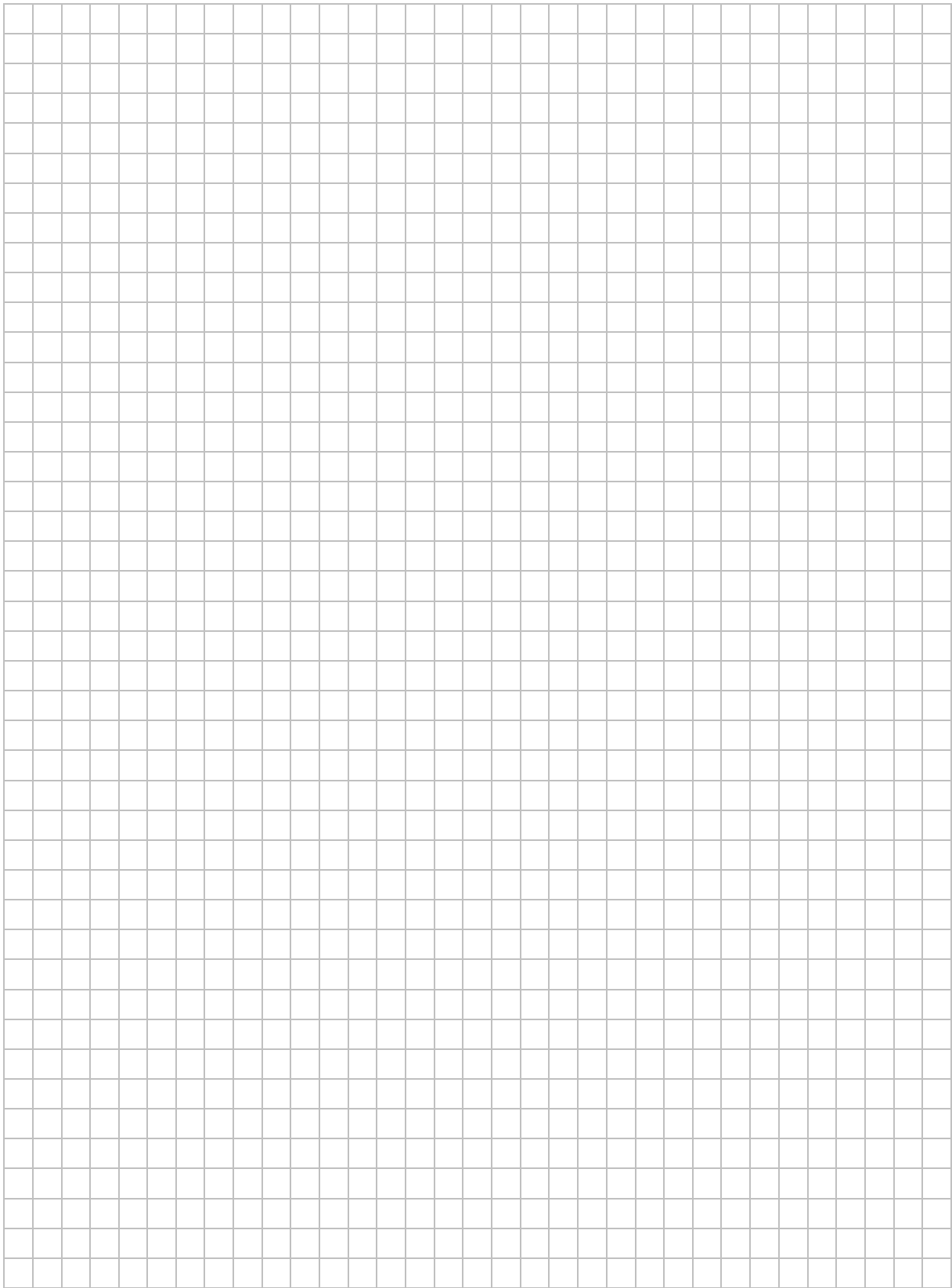
Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 14. |
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

Zadanie 15. (0–7)

Należy zaprojektować wymiary prostokątnego ekranu smartfona, tak aby odległości tego ekranu od krótszych brzegów smartfona były równe 0,5 cm każda, a odległości tego ekranu od dłuższych brzegów smartfona były równe 0,3 cm każda (zobacz rysunek – ekran zaznaczono kolorem szarym). Sam ekran ma mieć powierzchnię 60 cm^2 . Wyznacz takie wymiary ekranu smartfona, przy których powierzchnia ekranu wraz z obramowaniem jest najmniejsza.





Odpowiedź:

| | | |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 15. |
| | Maks. liczba pkt | 7 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

