

Zadanie. Średnia arytmetyczna trzech liczb a, b, c jest równa 2. Wariancja tych liczb wynosi 3. Oblicz sumę kwadratów liczb a, b i c .

Rozwiązanie:

Mamy obliczyć: $a^2 + b^2 + c^2 = ?$

Średnia arytmetyczna trzech liczb a, b, c jest równa 2, zatem:

$$\frac{a + b + c}{3} = 2$$

Czyli:

$$a + b + c = 6$$

Wariancja tych liczb wynosi 3, zatem:

$$\frac{(a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2}{3} = 3$$

Przekształcamy dalej tą równość:

$$(a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2 = 9$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 4a + 4b + 4c - 3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 4(a + b + c) - 3$$

Podstawiamy teraz $a + b + c = 6$:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 4 \cdot 6 - 3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 24 - 3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 21$$