VIII. ZBIÓR PRZYKŁADOWYCH ZADAŃ MATURALNYCH

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (1 pkt)
Liczba $3^{30} \cdot 9^{90}$ jest równa

A. 3^{210} **B.** 3^{300} **C.** 9^{120} **D.** 27^{2700}

Zadanie 2. (1 pkt)
Liczba $3^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt[3]{9^2}$ jest równa

A. 3^3 **B.** $3^{\frac{32}{9}}$ **C.** 3^4 **D.** 3^5

Zadanie 3. (1 pkt)
Liczba $\log 24$ jest równa

A. $2\log 2 + \log 20$ **B.** $\log 6 + 2\log 2$ **C.** $2\log 6 - \log 12$ **D.** $\log 30 - \log 6$

Zadanie 4. (1 pkt)
Liczba 30 to $p\%$ liczby 80, zatem

A. $p < 40$ **B.** $p = 40$ **C.** $p = 42,5$ **D.** $p > 42,5$

Zadanie 5. (1 pkt)
4% liczby x jest równe 6, zatem

A. $x = 150$ **B.** $x < 150$ **C.** $x = 240$ **D.** $x > 240$

Zadanie 6. (1 pkt)
Liczba y to 120% liczby x. Wynika stąd, że

A. $y = x + 0,2$ **B.** $y = x + 0,2x$ **C.** $x = y - 0,2$ **D.** $x = y - 0,2y$

Zadanie 7. (1 pkt)
Rozwiązaniem równania $\frac{x-3}{2-x} = \frac{1}{2}$ jest liczba

A. $-\frac{4}{3}$ **B.** $-\frac{3}{4}$ **C.** $\frac{3}{8}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Zadanie 8. **(1 pkt)**

Mniejszą z dwóch liczb spełniających równanie $x^2+5x+6=0$ jest

A. -6 **B.** -3 **C.** -2 **D.** -1

Zadanie 9. **(1 pkt)**

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=(2-m)x+1$. Wynika stąd, że

A. $m=0$ **B.** $m=1$ **C.** $m=2$ **D.** $m=3$

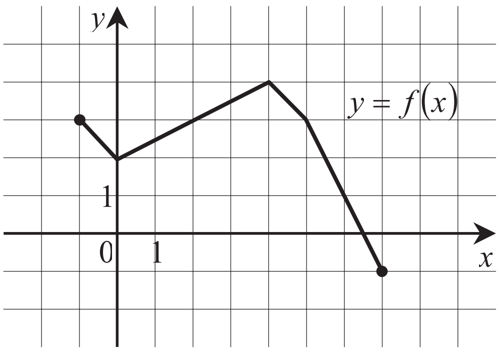
Zadanie 10. **(1 pkt)**

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\begin{cases}-3x+4 \text{ dla } x<1\\ 2x-1 \text{ dla } x\ge 1\end{cases}$. Ile miejsc zerowych ma ta funkcja?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

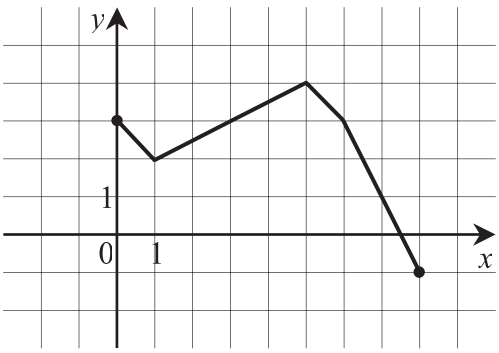
Zadanie 11. **(1 pkt)**

Rysunek przedstawia wykres funkcji $y=f(x)$.

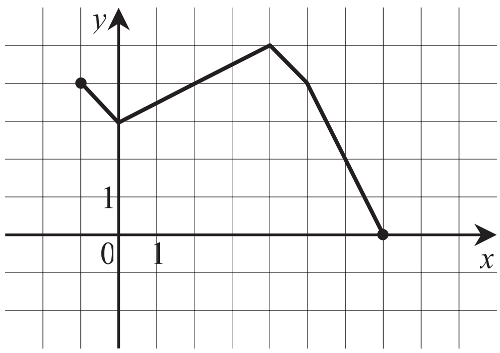


Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony wykres funkcji $y=f(x+1)$.

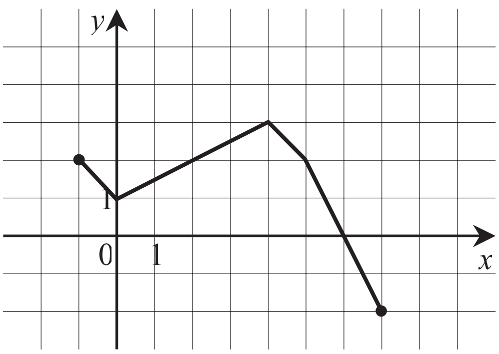
A.



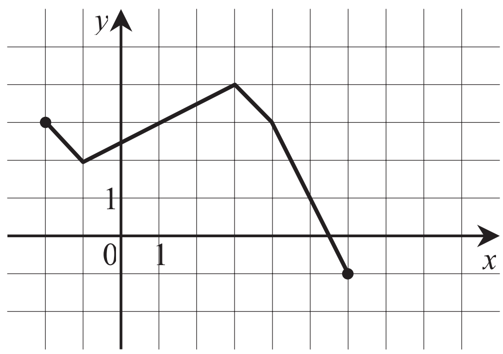
B.



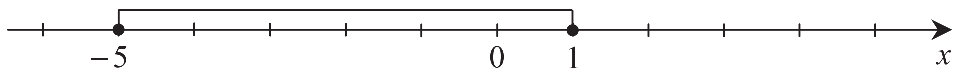
C.

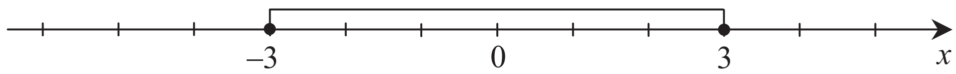


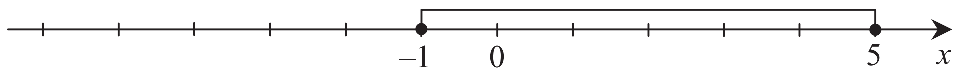
D.

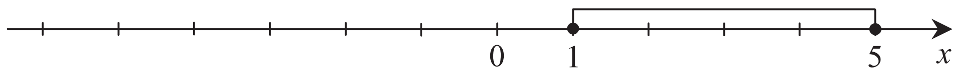


Zadanie 12. (1 pkt)
Który z zaznaczonych przedziałów jest zbiorem rozwiązań nierówności $|2-x| \le 3$?

A. 

B. 

C. 

D. 

Zadanie 13. (1 pkt)
Wskaż równanie osi symetrii paraboli określonej równaniem $y=-x^2+4x-11$.

A. $x=-4$ **B.** $x=-2$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Zadanie 14. (1 pkt)
Wskaż funkcję kwadratową, której zbiorem wartości jest przedział $\left(-\infty,3\right\rangle$.

A. $f(x)=-(x-2)^2+3$

B. $f(x)=(2-x)^2+3$

C. $f(x)=-(x+2)^2-3$

D. $f(x)=(2-x)^2-3$

Zadanie 15. (1 pkt)
Zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 \ge 5$ jest

A. $\left(-\infty,-\sqrt{5}\right)\cup\left(\sqrt{5},+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty,-\sqrt{5}\right\rangle\cup\left\langle\sqrt{5},+\infty\right)$ **C.** $\left\langle\sqrt{5},+\infty\right)$ **D.** $\left\langle 5,+\infty\right)$

Zadanie 16. (1 pkt)
Wykres funkcji kwadratowej $f(x)=3(x+1)^2-4$ **nie ma** punktów wspólnych z prostą o równaniu

A. $y=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=-3$ **D.** $y=-5$

Zadanie 17. (1 pkt)
Prosta o równaniu $y = a$ ma dokładnie jeden punkt wspólny z wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + 6x - 10$. Wynika stąd, że

A. $a = 3$ **B.** $a = 0$ **C.** $a = -1$ **D.** $a = -3$

Zadanie 18. (1 pkt)
Jaka jest najmniejsza wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + 4x - 3$ w przedziale $\langle 0,3 \rangle$?

A. -7 **B.** -4 **C.** -3 **D.** -2

Zadanie 19. (1 pkt)
Dane są wielomiany $W(x) = 3x^3 - 2x$, $V(x) = 2x^2 + 3x$. Stopień wielomianu $W(x) \cdot V(x)$ jest równy

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

Zadanie 20. (1 pkt)
Ile rozwiązań rzeczywistych ma równanie $5x^4 - 13 = 0$?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 21. (1 pkt)
Wskaż liczbę rozwiązań równania $\frac{11-x}{x^2-11} = 0$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 22. (1 pkt)
Wskaż równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $y = 2x - 7$.

A. $y = -2x + 7$ **B.** $y = -\frac{1}{2}x + 5$ **C.** $y = \frac{1}{2}x + 2$ **D.** $y = 2x - 1$

Zadanie 23. (1 pkt)
Które z równań opisuje prostą prostopadłą do prostej o równaniu $y = 4x + 5$?

A. $y = -4x + 3$ **B.** $y = -\frac{1}{4}x + 3$ **C.** $y = \frac{1}{4}x + 3$ **D.** $y = 4x + 3$

Zadanie 24. (1 pkt)
Punkty $A = (-1,3)$ i $C = (7,9)$ są przeciwległymi wierzchołkami prostokąta $ABCD$. Promień okręgu opisanego na tym prostokącie jest równy

A. 10 **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 5 **D.** $3\sqrt{2}$

Zadanie 25. (1 pkt)

Liczba punktów wspólnych okręgu o równaniu $(x+3)^2+(y-1)^2=4$ z osiami układu współrzędnych jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

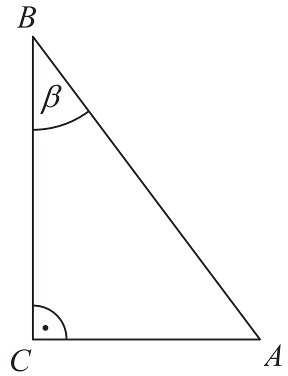
Zadanie 26. (1 pkt)

Środek S okręgu o równaniu $x^2+y^2+4x-6y-221=0$ ma współrzędne

A. $S=(-2,3)$ **B.** $S=(2,-3)$ **C.** $S=(-4,6)$ **D.** $S=(4,-6)$

Zadanie 27. (1 pkt)

Dane są długości boków $|BC|=5$ i $|AC|=3$ trójkąta prostokątnego ABC o kącie ostrym β (zobacz rysunek). Wtedy



A. $\sin\beta=\frac{3}{5}$ **B.** $\sin\beta=\frac{4}{5}$ **C.** $\sin\beta=\frac{3\sqrt{34}}{34}$ **D.** $\sin\beta=\frac{5\sqrt{34}}{34}$

Zadanie 28. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha=\frac{1}{4}$. Wówczas

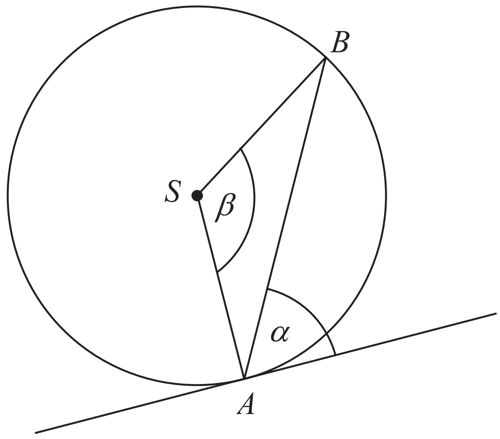
A. $\cos\alpha<\frac{3}{4}$ **B.** $\cos\alpha=\frac{3}{4}$ **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{13}}{4}$ **D.** $\cos\alpha>\frac{\sqrt{13}}{4}$

Zadanie 29. (1 pkt)

Kąt α jest kątem ostrym i $\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{2}$. Jaki warunek spełnia kąt α ?

A. $\alpha<30^\circ$ **B.** $\alpha=30^\circ$ **C.** $\alpha=60^\circ$ **D.** $\alpha>60^\circ$

Zadanie 30. (1 pkt)
Kąt między cięciwą AB a styczną do okręgu w punkcie A (zobacz rysunek) ma miarę $\alpha = 62^\circ$. Wówczas



A. $\beta = 118^\circ$ **B.** $\beta = 124^\circ$ **C.** $\beta = 138^\circ$ **D.** $\beta = 152^\circ$

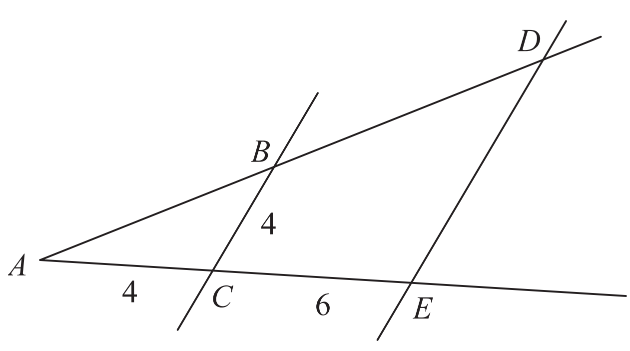
Zadanie 31. (1 pkt)
Kąt środkowy i kąt wpisany są oparte na tym samym łuku. Suma ich miar jest równa 180°. Jaka jest miara kąta środkowego?

A. 60° **B.** 90° **C.** 120° **D.** 135°

Zadanie 32. (1 pkt)
Różnica miar kątów wewnętrznych przy ramieniu trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem, jest równa 40°. Miara kąta przy krótszej podstawie tego trapezu jest równa

A. 120° **B.** 110° **C.** 80° **D.** 70°

Zadanie 33. (1 pkt)
Odcinki BC i DE są równoległe. Długości odcinków AC, CE i BC są podane na rysunku. Długość odcinka DE jest równa



A. 6 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 12

Zadanie 34. (1 pkt)
Pole kwadratu wpisanego w okrąg o promieniu 4 cm jest równe

A. 64 cm^2 **B.** 32 cm^2 **C.** 16 cm^2 **D.** 8 cm^2

Zadanie 35. (1 pkt)
Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-3)^n \cdot (9 - n^2)$ dla $n \geq 1$. Wynika stąd, że

A. $a_3 = -81$ **B.** $a_3 = -27$ **C.** $a_3 = 0$ **D.** $a_3 > 0$

Zadanie 36. (1 pkt)
Liczby $x-1$, 4 i 8 (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wówczas liczba x jest równa

A. 3 **B.** 1 **C.** -1 **D.** -7

Zadanie 37. (1 pkt)
Liczby -8, 4 i $x+1$ (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Wówczas liczba x jest równa

A. -3 **B.** $-1,5$ **C.** 1 **D.** 15

Zadanie 38. (1 pkt)
Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, które są podzielne przez 6 lub przez 10, jest

A. 25 **B.** 24 **C.** 21 **D.** 20

Zadanie 39. (1 pkt)
Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, których obie cyfry są mniejsze od 5 jest

A. 16 **B.** 20 **C.** 25 **D.** 30

Zadanie 40. (1 pkt)
Liczba sposobów, na jakie Ala i Bartek mogą usiąść na dwóch spośród pięciu miejsc w kinie, jest równa

A. 25 **B.** 20 **C.** 15 **D.** 12

Zadanie 41. (1 pkt)
Mediana danych: 0, 1, 1, 2, 3, 1 jest równa

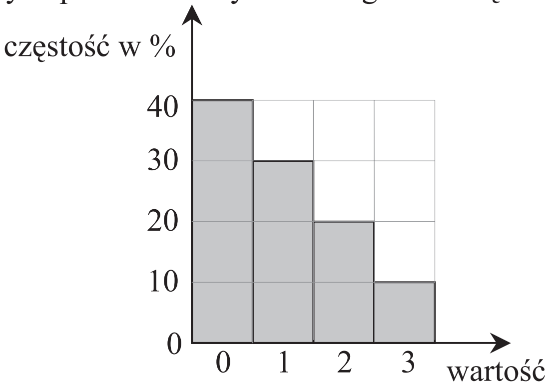
A. 1 **B.** 1,5 **C.** 2 **D.** 2,5

Zadanie 42. (1 pkt)
Mediana danych przedstawionych w tabeli liczebności jest równa

wartość	0	1	2	3
liczebność	5	2	1	1

A. 0 **B.** 0,5 **C.** 1 **D.** 5

Zadanie 43. (1 pkt)
Średnia arytmetyczna danych przedstawionych na diagramie częstości jest równa



A. 1 **B.** 1,2 **C.** 1,5 **D.** 1,8

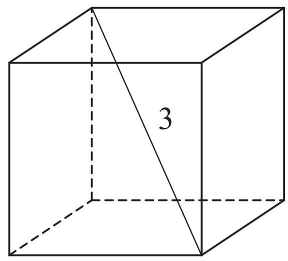
Zadanie 44. (1 pkt)
Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Liczba p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 3. Wtedy

A. $p < 0,25$ **B.** $p = 0,25$ **C.** $p = \frac{1}{3}$ **D.** $p > \frac{1}{3}$

Zadanie 45. (1 pkt)
O zdarzeniach losowych A i B są zawartych w Ω wiadomo, że $B \subset A$, $P(A) = 0,7$ i $P(B) = 0,3$. Wtedy

A. $P(A \cup B) = 1$ **B.** $P(A \cup B) = 0,7$ **C.** $P(A \cup B) = 0,4$ **D.** $P(A \cup B) = 0,3$

Zadanie 46. (1 pkt)
Przekątna sześcianu ma długość 3. Pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

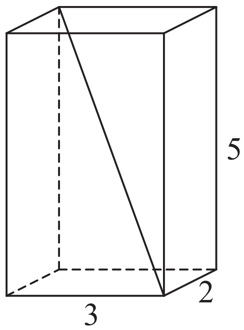


A. 54 **B.** 36 **C.** 18 **D.** 12

Zadanie 47. (1 pkt)
Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 24 cm^2. Objętość tego sześcianu jest równa

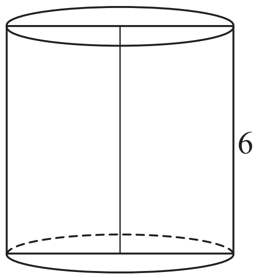
A. 8 cm^3 **B.** 16 cm^3 **C.** 27 cm^3 **D.** 64 cm^3

Zadanie 48. (1 pkt)
Przekątna prostopadłościanu o wymiarach 2 × 3 × 5 ma długość



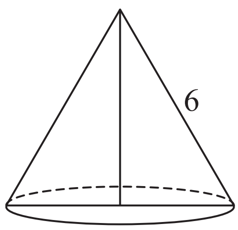
A. $\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{29}$ **C.** $\sqrt{34}$ **D.** $\sqrt{38}$

Zadanie 49. (1 pkt)
Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku długości 6. Objętość tego walca jest równa



A. 18π **B.** 54π **C.** 108π **D.** 216π

Zadanie 50. (1 pkt)
Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o boku długości 6. Pole powierzchni bocznej tego stożka jest równe



A. 12π **B.** 18π **C.** 27π **D.** 36π

ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 51. (2 pkt)
Rozwiąż równanie $\frac{2-3x}{1-2x}=-\frac{1}{2}$.

Zadanie 52. (2 pkt)
Rozwiąż układ równań $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x-y=3 \end{cases}$.

Zadanie 53. (2 pkt)
Rozwiąż nierówność $x^2+6x-7\le 0$.

Zadanie 54. (2 pkt)
Rozwiąż równanie $2x^3-x^2-6x+3=0$.

Zadanie 55. (2 pkt)
O funkcji liniowej *f* wiadomo, że $f(1)=2$ oraz, że do wykresu tej funkcji należy punkt $P=(-2,3)$. Wyznacz wzór funkcji *f*.

Zadanie 56. (2 pkt)
Oblicz miejsca zerowe funkcji

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 \text{ dla } x\le 0 \\ x+2 \text{ dla } x>0 \end{cases}.$$

Zadanie 57. (2 pkt)
Naszkicuj wykres funkcji

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 \text{ dla } x\le 0 \\ x+2 \text{ dla } x>0 \end{cases}.$$

Zadanie 58. (2 pkt)
Oblicz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x)=x^2-6x+1$ w przedziale $\langle 0,1\rangle$.

Zadanie 59. (2 pkt)
Wielomiany $W(x)=ax(x+b)^2$ i $V(x)=x^3+2x^2+x$ są równe. Oblicz a i b.

Zadanie 60. (2 pkt)
Wyrażenie $\frac{3}{x-3}-\frac{x}{x+1}$ zapisz w postaci ilorazu dwóch wielomianów.

Zadanie 61. (2 pkt)
Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $2x-y-11=0$ i przechodzącej przez punkt $P=(1,2)$.

Zadanie 62. (2 pkt)
Wyznacz równanie okręgu stycznego do osi *Oy*, którego środkiem jest punkt $S=(3,-5)$.

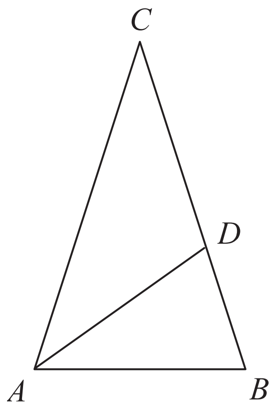
Zadanie 63. (2 pkt)
Wyznacz równanie okręgu o środku $S=(3,-5)$ przechodzącego przez początek układu współrzędnych.

Zadanie 64. (2 pkt)
Wyznacz równanie prostej zawierającej środkową CD trójkąta ABC, którego wierzchołkami są punkty: $A=(-2,-1)$, $B=(6,1)$, $C=(7,10)$.

Zadanie 65. (2 pkt)
W trójkącie prostokątnym, w którym przyprostokątne mają długości 2 i 4, jeden z kątów ostrych ma miarę α. Oblicz $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$.

Zadanie 66. (2 pkt)
Kąt α jest ostry i $\sin\alpha=\frac{1}{4}$. Oblicz $3+2\mathrm{tg}^2\alpha$.

Zadanie 67. (2 pkt)
Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC|=|BC|$. Odcinek AD dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, że $|AB|=|AD|=|CD|$ (patrz rysunek). Oblicz miary kątów trójkąta ABC.



Zadanie 68. (2 pkt)
Oblicz pole trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AB|=24$ i $|AC|=|BC|=13$.

Zadanie 69. (2 pkt)
Liczby 4, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c.

Zadanie 70. (2 pkt)
Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c.

Zadanie 71. (2 pkt)
Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta prostokątnego. Oblicz c.

Zadanie 72. (2 pkt)
Liczby $x-1$, x, 5 są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz x.

Zadanie 73. (2 pkt)
Obwód czworokąta wypukłego *ABCD* jest równy 50 cm. Obwód trójkąta *ABD* jest równy 46 cm, a obwód trójkąta *BCD* jest równy 36 cm. Oblicz długość przekątnej *BD*.

Zadanie 74. (2 pkt)
Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 2n - 24$ dla $n \geq 1$?

Zadanie 75. (2 pkt)
Liczby 2, $x-3$, 8 są w podanej kolejności pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x.

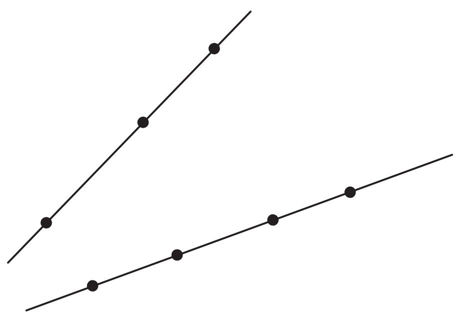
Zadanie 76. (2 pkt)
Wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2. Ponadto $a_3 = 12$. Oblicz a_{15}.

Zadanie 77. (2 pkt)
Ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje jedna cyfra nieparzysta i trzy cyfry parzyste?
Uwaga: przypominamy, że zero jest liczbą parzystą.

Zadanie 78. (2 pkt)
Ile jest liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 15 lub 20?

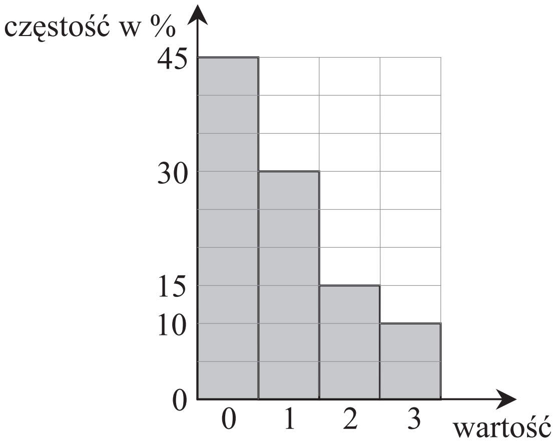
Zadanie 79. (2 pkt)
Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych, w których cyfra dziesiątek jest o 2 większa od cyfry jedności?

Zadanie 80. (2 pkt)
Na jednej prostej zaznaczono 3 punkty, a na drugiej 4 punkty (patrz rysunek). Ile jest wszystkich trójkątów, których wierzchołkami są trzy spośród zaznaczonych punktów ?



Zadanie 81. (2 pkt)
Średnia arytmetyczna liczb: 3, 1, 1, 0, x, 0 jest równa 2. Oblicz x.

Zadanie 82. (2 pkt)
Oblicz średnią arytmetyczną danych przedstawionych na poniższym diagramie częstości



Zadanie 83. (2 pkt)
Oblicz medianę danych: 0, 1, 3, 3, 1, 1, 2, 1.

Zadanie 84. (2 pkt)
Oblicz medianę danych przedstawionych w postaci tabeli liczebności

wartość	0	1	2	3
liczebność	4	3	1	1

Zadanie 85. (2 pkt)
Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 3 lub przez 2.

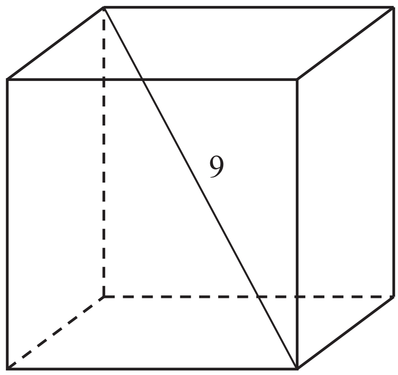
Zadanie 86. (2 pkt)
Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych wybieramy losowo jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 15.

Zadanie 87. (2 pkt)
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania iloczynu oczek równego 5.

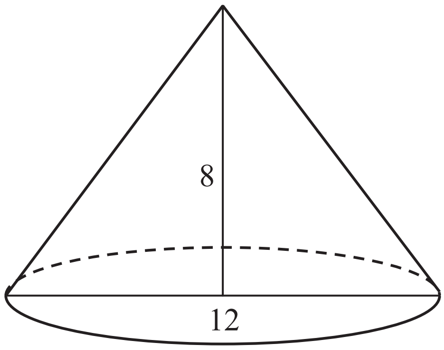
Zadanie 88. (2 pkt)
A i B są takimi zdarzeniami losowymi zawartymi w Ω, że $A \subset B$ oraz $P(A) = 0{,}3$ i $P(B) = 0{,}4$. Oblicz $P(A \cup B)$.

Zadanie 89. (2 pkt)
A i B są takimi zdarzeniami losowymi zawartymi w Ω, że $A \subset B$ oraz $P(A) = 0{,}3$ i $P(B) = 0{,}7$. Oblicz prawdopodobieństwo różnicy $B \setminus A$.

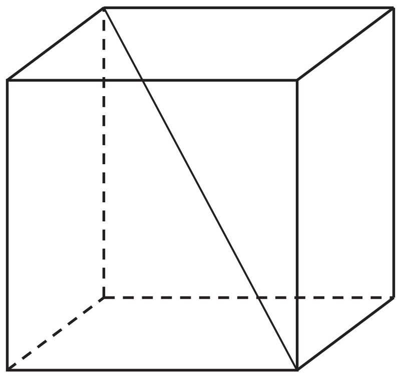
Zadanie 90. (2 pkt)
Przekątna sześcianu ma długość 9. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.



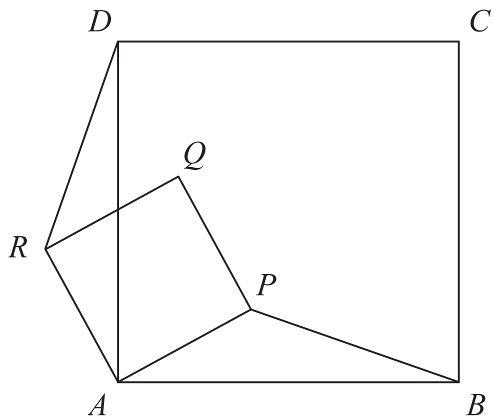
Zadanie 91. (2 pkt)
Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym o podstawie długości 12. Wysokość stożka jest równa 8. Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.



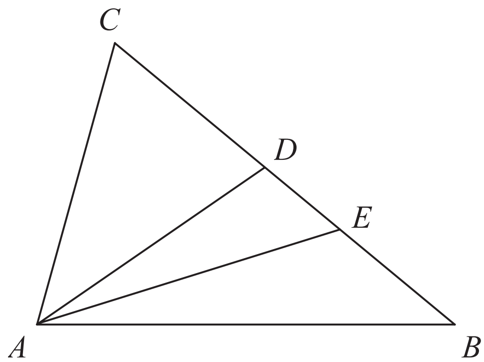
Zadanie 92. (2 pkt)
Oblicz sinus kąta między przekątną sześcianu a jego płaszczyzną podstawy.



Zadanie 93. (2 pkt)
Czworokąty $ABCD$ i $APQR$ są kwadratami (patrz rysunek). Udowodnij, że $|BP| = |DR|$.



Zadanie 94. (2 pkt)
Na boku BC trójkąta ABC wybrano punkt D tak, by $|\sphericalangle CAD| = |\sphericalangle ABC|$. Odcinek AE jest dwusieczną kąta DAB. Udowodnij, że $|AC| = |CE|$.



ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 95.
Oblicz sumę wszystkich liczb trzycyfrowych zapisanych wyłącznie za pomocą cyfr wybranych ze zbioru $\{0, 1, 2, 3\}$.

Zadanie 96.
Z pojemnika, w którym są dwa losy wygrywające i trzy losy puste, losujemy dwa razy po jednym losie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymamy co najmniej jeden los wygrywający. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 97.
Z miejscowości A i B oddalonych od siebie o 182 km wyjeżdżają naprzeciw siebie dwaj rowerzyści. Rowerzysta jadący z miejscowości B do miejscowości A jedzie ze średnią prędkością mniejszą od 25 km/h. Rowerzysta jadący z miejscowości A do miejscowości B wyjeżdża o 1 godzinę wcześniej i jedzie ze średnią prędkością o 7 km/h większą od średniej prędkości drugiego rowerzysty. Rowerzyści spotkali się w takim miejscu, że rowerzysta jadący z miejscowości A przebył do tego miejsca $\frac{9}{13}$ całej drogi z A do B. Z jakimi średnimi prędkościami jechali obaj rowerzyści?

Zadanie 98.
Uczeń przeczytał książkę liczącą 480 stron, przy czym każdego dnia czytał taką samą liczbę stron. Gdyby czytał każdego dnia o 8 stron więcej, to przeczytałby tę książkę o 3 dni wcześniej. Oblicz, ile dni uczeń czytał tę książkę.

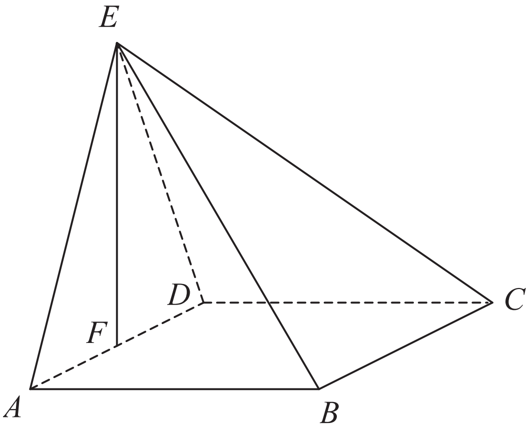
Zadanie 99.
Liczby a, b, c tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 93. Te same liczby, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz a, b i c.

Zadanie 100.
Wyznacz wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że suma pierwszych pięciu jego wyrazów jest równa 10, a wyrazy trzeci, piąty i trzynasty tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.

Zadanie 101.
Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Pole trójkąta równoramiennego ACS jest równe 120 oraz $|AC|:|AS|=10:13$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

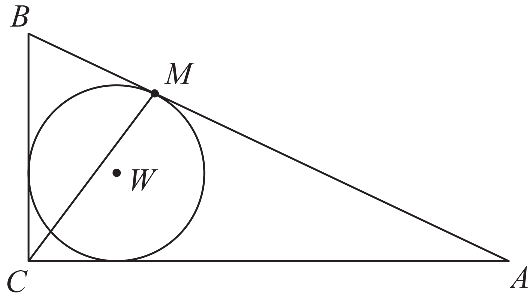
Zadanie 102.

Podstawą ostrosłupa *ABCDE* jest kwadrat *ABCD*. Punkt *F* jest środkiem krawędzi *AD*, odcinek *EF* jest wysokością ostrosłupa (patrz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa, jeśli wiadomo, że $|AE| = 15$, $|BE| = 17$.



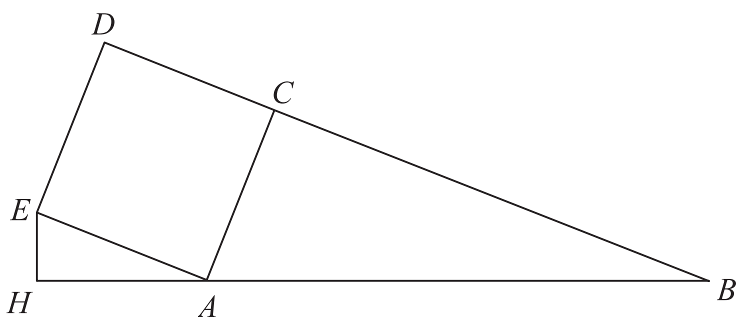
Zadanie 103.

Dany jest trójkąt prostokątny *ABC*, w którym $|BC| = 30$, $|AC| = 40$, $|AB| = 50$. Punkt *W* jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Okrąg wpisany w trójkąt *ABC* jest styczny do boku *AB* w punkcie *M*. Oblicz długość odcinka *CM*.



Zadanie 104.

Na zewnątrz trójkąta prostokątnego *ABC*, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ oraz $|AC| = 5, |BC| = 12$ zbudowano kwadrat *ACDE* (patrz rysunek). Punkt *H* leży na prostej *AB* i kąt $|\sphericalangle EHA| = 90°$. Oblicz pole trójkąta *HAE*.



Zadanie 105.

Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $\sqrt{2^{50}+1} + \sqrt{2^{50}-1} < 2^{26}$.

Zadanie 106.

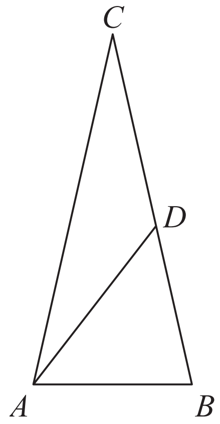
Udowodnij, że jeśli

a) x, y są liczbami rzeczywistymi, to $x^2 + y^2 \geq 2xy$.

b) x, y, z są liczbami rzeczywistymi takimi, że $x + y + z = 1$, to $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$.

Zadanie 107.

Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Odcinek AD dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, że $|AD| = |CD|$ oraz $|AB| = |BD|$ (patrz rysunek). Udowodnij, że $|\sphericalangle ADC| = 5 \cdot |\sphericalangle ACD|$.



Zadanie 108.

Dane są dwa półokręgi o wspólnym środku O i średnicach odpowiednio AB i CD (punkty A, B, C, D i O są współliniowe). Punkt P leży na wewnętrznym półokręgu, punkt R leży na zewnętrznym półokręgu, punkty O, P i R są współliniowe. Udowodnij, że $|\sphericalangle APB| + |\sphericalangle CRD| = 180°$.