

Wzory działań na logarytmach

I. Suma dwóch logarytmów:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

Przykład

Oblicz sumę: $\log_2 2 + \log_2 8$.

Rozwiązanie:

$$\log_2 2 + \log_2 8 = \log_2 (2 \cdot 8) = \log_2 16 = 4$$

Oczywiście można było w tym przypadku nie korzystać ze wzoru na sumę logarytmów, tylko policzyć wprost:

$$\log_2 2 = 1$$

$$\log_2 8 = 3$$

Zatem:

$$\log_2 2 + \log_2 8 = 1 + 3 = 4$$

II. Różnica dwóch logarytmów:

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

Przykład

Oblicz: $\log_6 72 - \log_6 2$

Rozwiązanie:

$$\log_6 72 - \log_6 2 = \log_6 \left(\frac{72}{2} \right) = \log_6 36 = 2$$

III. Mnożenie logarytmu przez liczbę:

$$n \cdot \log_a b = \log_a (b^n)$$

Przykład

Oblicz $3\log_8 4$.

Rozwiązanie:

$$3\log_8 4 = \log_8 (4^3) = \log_8 64 = 2$$

IV. Zamiana podstaw logarytmów

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Przykład

$$\log_4 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 4} = \frac{2}{\log_3 4}$$

Wzór na zamianę podstaw logarytmu stosuje się zazwyczaj w bardziej złożonych przykładach, w celu ułatwienia rachunków.