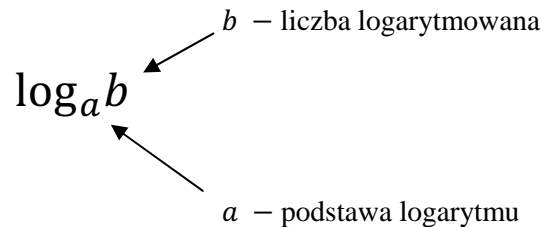


# Logarytmy

Logarytm wygląda następująco:



## Definicja logarytmu

Logarytmem liczby  $b$  przy podstawie  $a$  nazywamy taką liczbę  $c$ , że  $a$  podniesione do potęgi  $c$  daje nam liczbę  $b$ .

Zatem jeżeli:  $\log_a b = c$  to  $a^c = b$ .

Jak zapisujemy	Jak czytamy	Jak rozumiemy
$\log_a b$	Logarytm liczby $b$ przy podstawie $a$	Do jakiej potęgi podnieść liczbę $a$ żeby otrzymać liczbę $b$

Logarytm istnieje tylko wówczas gdy spełnione są trzy warunki, które często nazywamy założeniami lub **dziedziną logarytmu**:

- podstawa logarytmu musi być zawsze liczbą dodatnią, czyli:  $a > 0$ ,
- podstawa jest różna od 1, zatem:  $a \neq 1$
- liczba logarytmowana musi być dodatnia, czyli:  $b > 0$ .

## Jak liczymy logarytmy?

Przypuśćmy, że musimy obliczyć  $\log_a b$ . Wynikiem będzie jakaś liczba, którą oznaczmy sobie przez  $x$ . Możemy zatem zapisać, że:

$$\log_a b = x$$

Z definicji logarytmu powyższe równanie jest równe następującemu:

$$a^x = b$$

Wynika to z tego, że napis  $\log_a b = x$  czytamy:

„Jeżeli liczbę  $a$  podniesiemy do potęgi  $x$  to dostaniemy liczbę  $b$ ”.

Zobaczmy jak to działa na prostych przykładach:

### Przykłady

1) Oblicz  $\log_2 4$ .

Rozwiązanie:

Szukamy takiej liczby  $x$ , że

$$2^x = 4$$

Oczywiście  $2^2 = 4$ , więc  $x = 2$ .

Zatem  $\log_2 4 = 2$ .

2) Oblicz  $\log_2 8$ .

Rozwiązanie:

Szukamy takiej liczby  $x$ , że

$$2^x = 8$$

Rozwiązaniem powyższego równania jest  $x = 3$ .

Czyli:

$$\log_2 8 = 3$$

Równoważnie mogliśmy szukać liczby  $\log_2 8$  rozwiązując równanie:

$$\log_2 8 = x$$

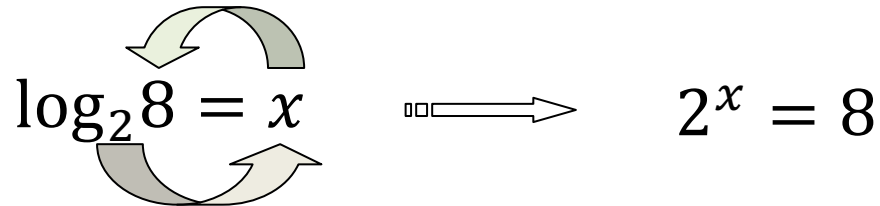
Oczywiście jest ono równoważne równaniu:

$$2^x = 8$$

A dla tego już odgadliśmy, że rozwiązaniem jest  $x = 3$ .

Jak łatwo zapamiętać równoważność tych równań?

➤ metoda kółka


$$\log_2 8 = x \quad \Leftrightarrow \quad 2^x = 8$$

Zaczynamy od dolnej dwójki, następnie idziemy do  $x$ , a na koniec do dużej 8.

Otrzymujemy w ten sposób ciąg liczb: 2,  $x$ , 8, które następnie zapisujemy w postaci potęgi:

$$2^x = 8$$

3) Oblicz  $\log_{\frac{1}{3}} 9$ .

Rozwiązanie:

Szukamy takiej liczby  $x$ , że

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = x$$

czyli, że:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$$

Rozwiązaniem powyższego równania jest  $x = -2$ , bo:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$$

Czyli:

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = 2$$

4) Oblicz  $\log_{16}2$ .

Rozwiązanie:

Szukamy takiej liczby  $x$ , że

$$\log_{16}2 = x$$

czyli, że:

$$16^x = 2$$

Rozwiązaniem powyższego równania jest  $x = \frac{1}{4}$ , bo:

$$16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2$$

Czyli:

$$\log_{16}2 = \frac{1}{4}$$